МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ

олимпиады школьников
«ЛОМОНОСОВ»
по физике

2015/2016 учебный год

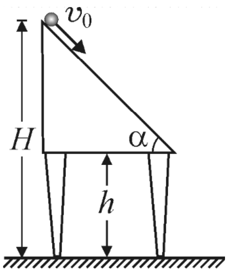
http://olymp.msu.ru

Отборочный этап, первый тур, 10-11 классы

Тест. В течение какого времени τ скорый поезд длиной $L_1 = 300$ м, идущий со скоростью $v_1 = 72$ км/ч, будет проходить мимо встречного товарного поезда длиной $L_2 =$ м, идущего со скоростью $v_2 = 36$ км/ч? Ответ округлите до одного знака после запятой.

Ответ: $\tau = \dfrac{L_1 + L_2}{v_1 + v_2}$. Варьируемый параметр L_2. Диапазон изменения от 500 до 600 м с шагом 10 м.

Расчетная формула $\tau = \dfrac{300 + L_2}{30}$. Контрольный пример: при $L_2 = 550$ м ответ $\tau = 28{,}3$ с.



1. С гладкой наклонной плоскости, расположенной под углом $\alpha = 45°$ к горизонту, с высоты $H =$ м соскальзывает небольшой шарик (см. рисунок). На высоте $h = 55$ см шарик отделяется от наклонной плоскости и после абсолютно упругого удара о пол продолжает движение в воздухе. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите, какую начальную скорость v_0 надо сообщить шарику на вершине наклонной плоскости, чтобы он подпрыгнул на ту же высоту, с которой начал движение, т.е. H. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2. Ответ округлите до одного знака после запятой.

Решение. По закону сохранения энергии $mgH + \dfrac{mv_0^2}{2} = mgH + \dfrac{mv_{гор}^2}{2}$, где m – масса шарика, $v_{гор}$ – горизонтальная составляющая скорости шарика в верхней точке траектории после удара об пол. Из этой формулы следует, что $v_0 = v_{гор}$. Таким образом, необходимо найти $v_{гор}$. Учтём, что после того, как шарик соскользнет с наклонной плоскости, горизонтальная составляющая его скорости не изменяется. Скорость v в момент отрыва от плоскости найдем, снова применив закон сохранения энергии: $mgH + \dfrac{mv_0^2}{2} = mgh + \dfrac{mv^2}{2}$, откуда $v = \sqrt{2g(H-h) + v_0^2}$. Учитывая, что $v_{гор} = v_0 \cos\alpha$, получаем уравнение $v_0 = \sqrt{2g(H-h) + v_0^2}\cos\alpha$, откуда $v_0 = \operatorname{ctg}\alpha\sqrt{2g(H-h)}$.

Ответ: $v_0 = \operatorname{ctg}\alpha\sqrt{2g(H-h)}$. Варьируемый параметр H. Диапазон изменения от 0,8 м до 1,6 м, шаг 0,2 м. Расчетная формула $v_0 = \sqrt{20\cdot(H - 0{,}55)}$. Контрольный пример: при $H = 1{,}0$ м ответ $v_0 = 3{,}0$ м/с.

2. Достаточно длинная доска массой $M = 6$ кг скользит по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью $v =$ м/с. На середину доски плавно опускают из состояния покоя небольшой брусок массой $m = 2$ кг. Коэффициент трения между бруском и доской равен $\mu = 0{,}05$. После того, как доска и брусок стали двигаться с одинаковой скоростью, доска резко остановилась, наткнувшись на препятствие. На каком расстоянии S от середины доски остановится брусок? Искомое расстояние S отсчитывайте от середины бруска. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2. Ответ приведите в сантиметрах, округлив до целых.

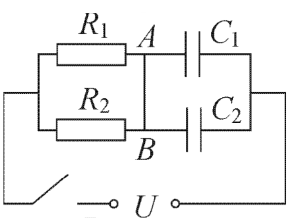
Решение. По закону сохранения импульса $Mv = (M+m)u$. Отсюда установившаяся скорость доски с бруском, одинаковая для обоих тел, $u = \dfrac{Mv}{M+m}$. Потеря механической энергии при этом равна работе против силы трения: $\Delta E = \dfrac{Mv^2}{2} - \dfrac{(M+m)u^2}{2} = \mu mgS_1$. Отсюда расстояние S_1, которое брусок проскользил вдоль доски до тех пор, пока не установилась общая скорость, $S_1 = \dfrac{Mv^2}{2(M+m)\mu g}$. После остановки доски брусок проскользил вдоль доски путь S_2, который также можно найти с помощью закона изменения механической энергии, а именно $\frac{mu^2}{2} = \mu mgS_2$, откуда $S_2 = \frac{M^2v^2}{2(M+m)^2\mu g}$. Необходимо учесть, что до остановки доски и после её остановки брусок скользил относительно доски в противоположных направлениях. Поэтому искомое расстояние $S = |S_2 - S_1| = \frac{Mmv^2}{2(M+m)^2\mu g}$, причем брусок остановился, не достигнув середины доски.

Ответ: $S = \frac{Mmv^2}{2(M+m)^2\mu g}$. Варьируемый параметр *v*. Диапазон изменения от 0,5 до 1,5 м/с с шагом 0,1 м/с. Расчетная формула $S = 0{,}1875 \cdot v^2$. Контрольный пример: при $v = 0{,}6$ м/с ответ $S = 7$ см.

3. Холодильник, работающий по обратимому циклу, состоящему из двух адиабатных и двух изотермических процессов (циклу Карно), поддерживает в холодильной камере температуру $t_1 = -13$ °С, отводя из неё за цикл работы количество теплоты $Q =$ Дж. Температура радиатора холодильника равна $t_2 = 26$ °С. Определите среднюю мощность N, потребляемую холодильником, если длительность его цикла равна $\tau = 1{,}5$ с. Ответ выразите в ваттах, округлив до целых.

Решение. КПД тепловой машины равен $\eta = \frac{A}{A + Q_х}$, где A – работа, совершаемая машиной за цикл, а $Q_х$ – количество теплоты, переданное холодильнику за то же время. Для цикла Карно $\eta = \frac{T_н - T_х}{T_н}$, где $T_н$ – температура нагревателя, $T_х$ – температура холодильника. Так как цикл Карно обратим, то соотношение $\frac{A}{A+Q_х} = \frac{T_н - T_х}{T_н}$ выполняется и для холодильника. Учитывая, что $A = N\tau$, $T_н = t_2 + 273 = 299$ К, $T_н = t_1 + 273 = 260$ К, $Q_х = Q$, после алгебраических преобразований получаем, что $N = \frac{Q}{\tau}\left(\frac{t_2 + 273}{t_1 + 273} - 1\right)$.

Ответ: $N = \frac{Q}{\tau}\left(\frac{t_2 + 273}{t_1 + 273} - 1\right)$. Варьируемый параметр *Q*. Диапазон изменения от 200 до 650 Дж с шагом 50 Дж. Расчётная формула: $N = 0{,}1 \cdot Q$. Контрольный пример: при $Q = 500$ Дж ответ $N = 50$ Вт.



4. Два резистора сопротивлениями $R_1 = 100$ Ом и $R_2 = 200$ Ом и два конденсатора емкостями $C_1 = 1$ мкФ и $C_2 = 2$ мкФ подключены к источнику постоянного напряжения $U =$ В, как показано на рисунке. Какой заряд Δq протечет через проводник AB за достаточно большой промежуток времени после замыкания ключа, если конденсаторы были первоначально разряжены? Ответ приведите в микрокулонах, округлив до целых.

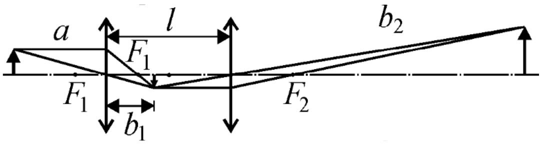
Решение. После окончания зарядки на параллельно соединенных конденсаторах накопятся заряды C_1U и C_2U, значит, через сопротивления протечет суммарный заряд $q = (C_1 + C_2)U$. Через параллельно соединенные сопротивления R_1 и R_2 протекут заряды $q_1 = \frac{qR_2}{R_1 + R_2}$ и $q_2 = \frac{qR_1}{R_1 + R_2}$

соответственно. В направлении от точки A к точке B протечет заряд $\Delta q = q_1 - C_1U = C_2U - q_2 = \dfrac{C_2R_2 - C_1R_1}{R_1 + R_2}U$.

Ответ: $\Delta q = \dfrac{C_2R_2 - C_1R_1}{R_1 + R_2}U$. Варьируемый параметр U. Диапазон изменения от 50 до 150 В с шагом 10 В. Расчётная формула: $\Delta q = U$. Контрольный пример: при $U = 100$ В ответ $\Delta q = 100$ мкКл.

5. Две собирающие линзы с фокусными расстояниями $F_1 = 10$ см и $F_2 = 20$ см расположены так, что их главные оптические оси совпадают. Расстояние между линзами $l = 40$ см. Определите увеличение Г, даваемое этой системой линз для предмета, находящегося на расстоянии $a =$ см от первой линзы. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Решение. Построение изображений предмета показано на рисунке. Из формулы линзы: $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b_1} = \dfrac{1}{F_1}$ следует, что увеличение, даваемое первой линзой, $\Gamma_1 = \dfrac{b_1}{a} = \dfrac{F_1}{a - F_1}$. Для второй линзы можно



записать: $\dfrac{1}{l - b_1} + \dfrac{1}{b_2} = \dfrac{1}{F_2}$. Отсюда увеличение, даваемое второй линзой, $\Gamma_2 = \dfrac{b_2}{l - b_1} = \dfrac{F_2}{l - b_1 - F_2} = \dfrac{F_2}{l - \dfrac{F_1a}{a - F_1} - F_2}$. Тогда увеличение, даваемое системой линз,

$$\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = \frac{F_1 \cdot F_2}{l(a - F_1) - a(F_1 + F_2) + F_1 \cdot F_2}.$$

Ответ: $\Gamma = \dfrac{F_1 \cdot F_2}{l(a - F_1) - a(F_1 + F_2) + F_1 \cdot F_2}$. Варьируемый параметр a. Диапазон изменения от 30 до 40 см с шагом 1 см. Расчетная формула $\Gamma = \dfrac{200}{40 \cdot (a - 10) - a \cdot 30 + 200}$. Контрольный пример: при $a = 32$ см ответ $\Gamma = 1{,}67$.