Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
14 марта 2021 г.
Задачи 9 класса
***Возможные* решения (максимум 10 баллов за задачу)**

1. Два автомобиля одновременно отправились по одному маршруту протяженностью L и одновременно прибыли в его конечный пункт. Первый автомобиль первую треть времени двигался со скоростью в 2 раза больше, чем в остальное время. Второй автомобиль последнюю треть времени двигался в 2 раза быстрее, чем начальные две третьих. Определите наибольшее расстояние между автомобилями.

Возможное решение

1) Обозначим скорость первого автомобиля на последнем участке пути v, а время пути t. В таком случае $L = 2v\cdot\frac{t}{3} + v\cdot\frac{2t}{3} = \frac{4vt}{3}$, для второго автомобиля $L = u\cdot\frac{2t}{3} + 2u\cdot\frac{t}{3} = \frac{4ut}{3}$, где u – его скорость на первом участке. Очевидно, что $u = v$. <3 балла>

2) Первую треть времени первый автомобиль удаляется относительно второго с относительной скоростью v, вторую треть времени автомобили движутся с нулевой относительной скоростью, на последней трети второй автомобиль приближается к первому с относительной скоростью v. Автомобили находятся на наибольшем расстоянии в течение второй трети пути, и это расстояние $x = \frac{vt}{3}$. <3 балла>

Ответ: $x = L/4$. <4 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Связь протяженности маршрута со скоростью и временем	$L = \frac{4vt}{3} = \frac{4ut}{3}$	3
2	Обоснование того, что автомобили наиболее удалены друг от друга на второй трети пути. Определение их наибольшего расстояния через скорость и время	$x = \frac{vt}{3}$	3
3	Получение ответа	$x = L/4$	4

2. Из окна многоэтажки бросили небольшой мячик, сообщив ему горизонтальную начальную скорость. Из окна этажом ниже через время τ произвели в том же направлении горизонтальный бросок другим небольшим мячиком. Мячики столкнулись в воздухе. Определите сумму времен нахождения мячиков в полете до столкновения, если окна находятся на одной вертикали на расстоянии h друг от друга. Ускорение свободного падения g. Влиянием воздуха пренебречь.

Возможное решение

1) Предположим, что мячики столкнулись на x ниже нижнего окна, и это произошло через время t_1 после броска из верхнего окна: $h + x = \frac{gt_1^2}{2}$. <3 балла>

2) Мячик, брошенный из нижнего окна, к этому времени спустился по вертикали на $x = \frac{gt_2^2}{2}$, где t_2 - время его движения. <2 балла>

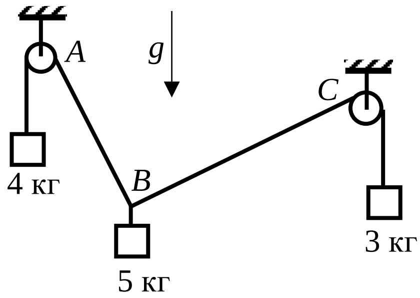
3) Исключив x, получим $h = \frac{g(t_1^2 - t_2^2)}{2} = \frac{g(t_1 - t_2)(t_1 + t_2)}{2} = \frac{g\tau(t_1 + t_2)}{2} = \frac{g\tau(2t_2 + \tau)}{2}$. <3 балла>

Ответ: $t_1 + t_2 = \frac{2h}{g\tau}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение перемещения первого мячика	$h + x = \frac{gt_1^2}{2}$	3
2	Определение перемещения второго мячика	$x = \frac{gt_2^2}{2}$	2
3	Условие столкновения	$h = \frac{g(t_1^2 - t_2^2)}{2} = \frac{g\tau(t_1 + t_2)}{2}$	3
4	Получение ответа	$t_1 + t_2 = \frac{2h}{g\tau}$	2

3. Изображенная на рисунке система находится в равновесии. Массы грузов слева направо $m_1 = 4$ кг, $m_2 = 5$ кг и $m_3 = 3$ кг. Блоки и нити невесомые, трения нет. Определите, под каким углом к вертикали располагаются участки нитей AB и BC. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2.

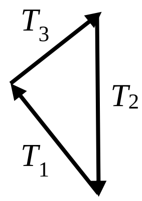


Возможное решение

1) Из условия равновесия левого груза сила натяжения нити *AB* – $T_1 = m_1 g$,

а из условия равновесия правого груза сила натяжения нити *BC* – $T_3 = m_3 g$.

<2 балла>



2) На узел *B* действуют сила натяжения нити *AB* – T_1, сила натяжения нити, на которой подвешен средний груз, $T_2 = m_2 g$, сила натяжения нити *BC* – T_3. Сумма этих сил равна нулю. <3 балла>

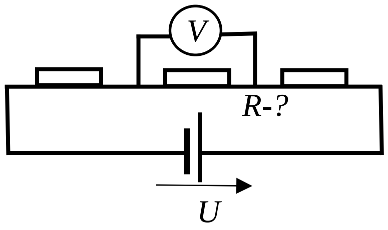
3) Поскольку узел B находится в равновесии, сумма трех сил натяжения равна нулю, то есть, векторы этих сил образуют треугольник. Нетрудно заметить, что $T_2^2 = T_1^2 + T_3^2$ – следовательно, угол между силами T_1 и T_3 прямой. <2 балла>

Угол α между участком нити AB и вертикалью совпадает с углом между T_1 и T_2 $\alpha = arctg(3/4)$, а угол β между участком нити BC и вертикалью $\beta = arctg(4/3)$.

Ответ: $\alpha = arctg\left(3/4\right)$, $\beta = arctg\left(4/3\right)$ <3 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение силы натяжения нитей *AB* и *BC*	$T_1 = m_1 g$, $T_3 = m_3 g$	2
2	Условие баланса сил, действующих на узел *B*		3
3	Вывод о прямом угле между силами T_1 и T_3	$T_2^2 = T_1^2 + T_3^2$	2
4	Получение ответа	$\alpha = arctg(3/4)$ $\beta = arctg(4/3)$	3



4. Изображенная на рисунке цепь содержит гальванический элемент, создающий независимо от тока напряжение U, и три резистора. Включенный параллельно среднему резистору идеальный вольтметр показывает напряжение V. Если его заменить на идеальный амперметр, то последний будет показывать ток J. Определите сопротивление среднего резистора.

Возможное решение

1) Обозначим сопротивления резисторов слева направо R_1, R_2, R_3. Поскольку все они включены последовательно, полное сопротивление цепи $R_a = R_1 + R_2 + R_3$ и ток $J_a = U / (R_1 + R_2 + R_3)$. <2 балла>

2) Вольтметр будет показывать $V = R_2 J_a$. <2 балла>

3) Амперметр включается параллельно резистору R_2. Т.к. его сопротивление пренебрежимо мало, то сопротивление цепи станет $R_б = R_1 + R_3$, и ток $J = U / (R_1 + R_3)$.

<2 балла>

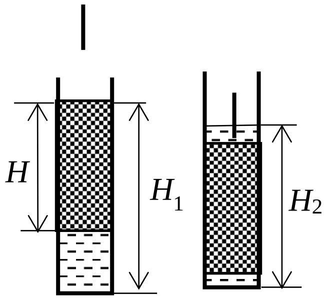
4) Исключив $R_1 + R_3$, получим $J_a = U / (R_2 + U / J)$ и $V = R_2 U / (R_2 + U / J)$. <2 балла>

Ответ: $R_2 = \frac{UV}{J(U-V)}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

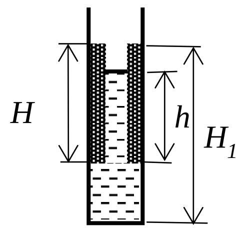
	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение тока в первом случае	$J_a = U / (R_1 + R_2 + R_3)$.	2
2	Определение напряжения на втором резисторе	$V = R_2 J_a$	2
3	Определение тока цепи во втором случае	$J = U / (R_1 + R_3)$.	2
4	Получение выражения для V с исключенными сопротивлениями R_1, R_3	$V = R_2 U / (R_2 + U / J)$	2
5	Получение ответа	$R_2 = \frac{UV}{J(U-V)}$	2

5. В цилиндрическую пробирку вставлен поршень со сквозным цилиндрическим отверстием вдоль оси, который может скользить без трения. Высота поршня *H*. После того, как в пробирку налили воды, он всплыл, так что его верхняя кромка относительно дна пробирки оказалась на высоте $H_1 > H$. После того, как с помощью тонкого стержня поршень утопили, вода в пробирке поднялась до высоты $H_2 > H$. Определите отношение радиуса отверстия в поршне к его внешнему радиусу. Плотность воды ρ_0, плотность поршня ρ_1. Объемом воды, вытесняемым стержнем, пренебречь.



Возможное решение

Предположим, что внешний радиус поршня *R*, радиус отверстия *r*, а высота погруженной части поршня *h*.



1) Объем поршня $V = \pi(R^2 - r^2)H$, его погруженной в воду части $V_n = \pi(R^2 - r^2)h$. Из закона Архимеда

$\rho_1 \pi(R^2 - r^2)H = \rho_0 \pi(R^2 - r^2)h$, откуда $h = H\dfrac{\rho_1}{\rho_0}$. <2 балла>

2) Объем воды в пробирке из первого опыта $V_в = \pi R^2(H_1 - H) + \pi r^2 h$. <2 балла>

3) Объем воды в пробирке из второго опыта $V_в = \pi R^2 H_2 - V = \pi R^2 H_2 - \pi(R^2 - r^2)H$.

<2 балла>

4) Из равенства объемов воды в двух случаях получаем уравнение для радиуса отверстия $R^2(H_1 - H) + r^2 h = R^2 H_2 - (R^2 - r^2)H$. <2 балла>

Ответ: $\dfrac{r}{R} = \sqrt{\dfrac{(H_1 - H_2)\rho_0}{H(\rho_0 - \rho_1)}}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Применение закона Архимеда	$\rho_1 \pi(R^2 - r^2)H = \rho_0 \pi(R^2 - r^2)h$	2
2	Определение объема воды из первого опыта	$V_в = \pi R^2(H_1 - H) + \pi r^2 h$	2
3	Определение объема воды из второго опыта	$V_в = \pi R^2 H_2 - \pi(R^2 - r^2)H$	2
4	Определение уравнения для радиуса отверстия	$R^2(H_1 - H) + r^2 h = R^2 H_2 - (R^2 - r^2)H$	2
	Получение ответа	$\dfrac{r}{R} = \sqrt{\dfrac{(H_1 - H_2)\rho_0}{H(\rho_0 - \rho_1)}}$	2