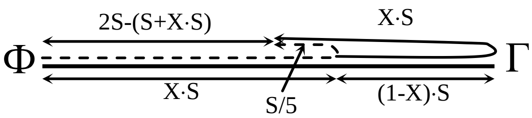
Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
15 марта 2020 г.
Задачи 8 класса
***Возможные* решения (максимум 10 баллов за задачу)**

1. На удаленной от города ферме потребовалось как можно быстрее купить запчасти для ремонта оборудования. На ферме был мотоцикл, однако топлива было ровно на поездку до города, но не обратно. Для скорейшей доставки запчастей решили погрузить мотоцикл на телегу, провезти мотоцикл часть пути на ней, а потом, на обратном пути, когда мотоцикл догонит телегу, снова довезти мотоцикл до фермы. Какую часть пути до города надо проехать на телеге, чтобы уложиться в минимальное время и обойтись без дополнительного топлива? Скорость мотоцикла в 5 раз больше, чем скорость телеги. Считать, что затраты времени на закупку деталей и погрузку-разгрузку мотоцикла пренебрежимо малы.

Решение: Введем следующие обозначения: S - расстояние от фермы до города, X - искомая доля этого расстояния, при которой обеспечивается минимальное время всей поездки. Минимальным время поездки будет в том случае, когда телега сразу после отправки мотоцикла поедет обратно (+1 балл), а мотоцикл будет ехать максимально долго, т.е. проедет расстояние S (+1 балл).



Мотоцикл, догнав телегу на обратном пути, должен всего проехать расстояние S, т.е. мотоцикл догонит телегу на расстоянии XS от города, а до фермы останется проехать S·(1-X) (+2 балла).

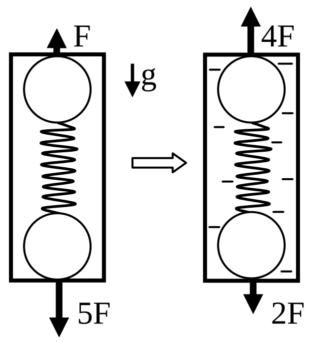
Поскольку скорости мотоцикла и телеги различаются в 5 раз, то за время езды мотоцикла телега успеет проехать в 5 раз меньше, чем мотоцикл, т.е. S/5 (+2 балла).

Таким образом, верно следующее соотношение $X\cdot S=S\cdot(1-X)+S/5$ (+2 балла за это или аналогичное уравнение, которое позволяет получить решение).

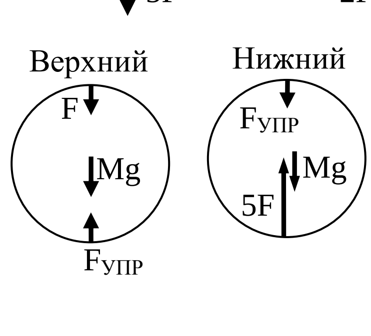
Т.е. X=3/5 или 60% (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

Если в качестве ответа приводится значение 2/5 или 40%, которое также соответствует минимально возможному времени поездки, то ставилось 9 баллов, поскольку такая ситуация не согласуется с тем, что согласно условию мотоцикл должен догонять телегу.

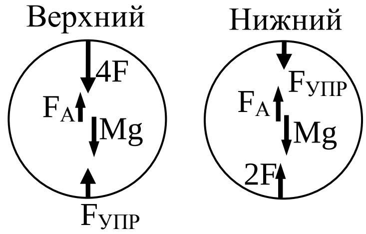
2. Внутри вертикального закрытого с обоих торцов сосуда находятся два одинаковых сплошных шара. Между шарами вставлена невесомая пружина, как показано на рисунке. В исходной ситуации шары давят на нижнюю и верхнюю крышки с силами 5F и F, соответственно. Внутренний объем сосуда заполнили жидкостью плотности ρ_0, и после этого шары стали давить на эти крышки с силами 2F и 4F, соответственно. Найти *плотность* шаров ρ.



Решение: Обозначим массу шара M. Рассмотрим силы, действующие на каждый из шаров в исходной ситуации:



Здесь $F_{УПР}$ - величина сил упругости, действующих на шары со стороны пружин. Они одинаковы для разных шаров, так как пружина невесома (+1 балл). Так как деформация пружины всегда одна и та же, то $F_{УПР}$ не зависит от наличия жидкости (+1 балл). Заметим, что верхний шар давит на стенку в отсутствие жидкости, то есть пружина сжата. На рисунке также учтено, что сила, с которой шар давит на стенку, равна по величине силе, которая действует на шар со стороны стенки (+1 балл).



Таким образом, для начальной ситуации верны два уравнения: $F_{УПР}$ = F+Mg и $F_{УПР}$ = 5F-Mg. Отсюда легко получить, что 2F=Mg (+2 балла)

Теперь рассмотрим силы, действующие на шары в сосуде, заполненном жидкостью. В этом случае к силам, действующим на каждый из шаров, добавляется выталкивающая сила F_A, направленная вертикально вверх, и для этой ситуации верны такие уравнения:

$F_{УПР} = 4F+Mg-F_A$ и $F_{УПР} = 2F+F_A-Mg$

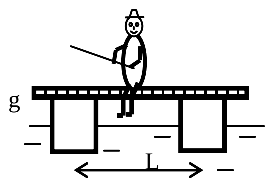
Отсюда получаем, что $2F_A=2F+2Mg=3Mg$ (+2 балла)

Поскольку $F_A =\rho_0 gV$ (+1 балл), где V - объем шара, а $Mg =\rho gV$, то $\rho =\rho_0\cdot Mg/F_A=2\cdot\rho_0/3$ (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

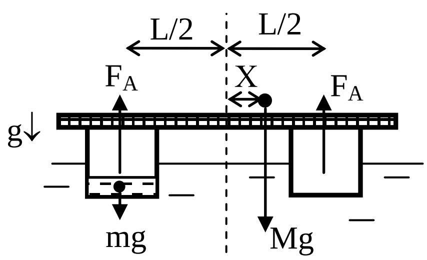
Решение может быть компактнее, если заметить, что для системы "шары+пружина" векторная сумма сил, действующих со стороны стенок, равна сумме других внешних сил - силы тяжести и выталкивающей силы. От величины $F_{УПР}$ ответ не зависит, поскольку для обсуждаемой системы это т.н. внутренняя сила.

К сожалению, условие этой задачи на заключительном этапе содержало опечатку. При наличии такой опечатки формально правильный ответ $\rho =4\cdot\rho_0/5$ мог быть получен в рамках решения, в котором рассматривались только внешние для системы "шары+пружина" силы. Однако такое условие задачи соответствовало физически некорректной ситуации бесконечно жесткой пружины при слабо деформируемых шарах. Тем не менее, за такое решение ставилось 10 баллов. Если приводилось решение, которое опиралось на конкретное значение силы, действующей на тот или иной шар, то, при корректных вычислениях, ставилось 9 баллов (так как не было замечено, что использование другого условия приводило к другому ответу).

3. Чтобы не стоять весь день в воде, рыбак соорудил себе плавающую скамейку. Для этого он взял два одинаковых очень легких, тонкостенных и пустых внутри поплавка в виде параллелепипедов. Поплавки он прикрепил к легкой доске так, что расстояние между центрами поплавков равно L=3 м. Рыбак сел на середину доски, при этом каждый поплавок погрузился на две пятых от своего объема. Однако во время ловли выяснилось, что в одном из поплавков была маленькая течь. И чтобы доска оставалась горизонтальной, рыбаку пришлось все время смещаться в сторону одного из поплавков. Какая часть дырявого поплавка оказалась заполненной водой к тому моменту, когда рыбак сидел на расстоянии X=0.6 м от центра доски?



Решение: Обозначим объем одного поплавка V, массу рыбака M, массу натекшей воды m, V_X ее объем, плотность воды ρ. Судя по условию, внутренний объем поплавка можно тоже считать равным V. Запишем уравнения, описывающие условия равновесия всей системы. В начальный момент выполняется уравнение: Mg=2·ρg(2V/5) (+2 балла). Здесь учтено, что масса



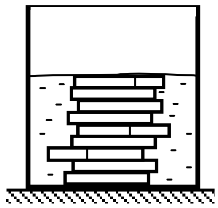
поплавков считается малой, и ею можно пренебречь, т.е. доля погруженной части поплавка, который плавает в воде сам по себе, много меньше, чем V. Условие равенства нулю суммы моментов сил, действующих на систему в начальной ситуации, разумеется, тоже выполняется, но пользы для решения данной задачи из этого уравнения извлечь не удастся.

Заметим, что условие горизонтальности доски означает, что поплавки погружены в воду на одинаковую глубину (+1 балл). Для случая, когда рыбак смещен на расстояние X от центра доски, запишем условие равенства нулю суммы моментов сил, действующих на систему относительно центра доски: $F_A\cdot L/2 - mg\cdot L/2 = F_A\cdot L/2 - Mg\cdot X$ (+3 балла). Здесь F_A - выталкивающая сила, действующая на один поплавок (одинаковая для обоих поплавков).

Отсюда следует, что $m=2X\cdot M/L$ (+1 балл). Поскольку $V_X=m/\rho$, то, преобразуя уравнения, получаем $V_X=2X\cdot M/\rho L=(2X/\rho L)\cdot(4\cdot\rho V/5)=(2X/\rho L)\cdot(4\cdot\rho V/5)= 1.6\cdot V/5$ (+1 балл за какое-либо промежуточное выражение для связи между объемами).

Таким образом, искомая доля объема поплавка, V_X/V, занятая натекшей водой, составляет 0.32 или 32% (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

4. У школьника есть сосуд, который имеет форму параллелепипеда с прямоугольным дном площадью ***3S***. В него налита жидкость при температуре $\boldsymbol{T_1}$=+20 ^{o}C. Для изучения явления теплообмена школьник аккуратно складывает в сосуд друг на друга одинаковые горячие пластины площадью ***S***. Когда школьник положил некоторое количество пластин, то жидкость нагрелась до температуры своего кипения $\boldsymbol{T_2}$=+120 ^{o}C. Когда школьник уложил еще столько же пластин, то уровень жидкости в сосуде установился на высоте, практически равной высоте всей стопки из пластин. Чему равнялась начальная температура $\boldsymbol{T_X}$ пластин? Плотность пластин в 10 раз больше плотности жидкости, удельная теплоемкость жидкости $\boldsymbol{C_Ж}$=2 кДж/(кг·град), пластин $\boldsymbol{C_П}$=1 кДж/(кг·град), удельная теплота испарения жидкости ***L***=1 МДж/кг. Теплообменом, как пластин, так и жидкости с окружающей средой пренебречь, считать, что испарение жидкости начинается только при достижении температуры кипения.



Решение:

Обозначим начальную массу жидкости $M_Ж$, массу испарившейся жидкости m, массу всех сложенных в стопку пластин $M_П$, плотность жидкости $\rho_Ж$, плотность пластины $\rho_П$.

Запишем соотношение, которое описывает условие теплового баланса между пластинами и жидкостью к моменту, когда была сложена первая половина пластин:

$$\frac{M_П}{2}\cdot C_П\cdot(T_X - T_2) = M_Ж\cdot C_Ж\cdot(T_2 - T_1) \qquad \text{(+2 балла)}$$

Теперь запишем соотношение, которое описывает условие теплового баланса между пластинами и жидкостью к моменту, когда была сложена вторая половина пластин и необходимое количество жидкости уже испарилось (температура жидкости при этом не меняется):

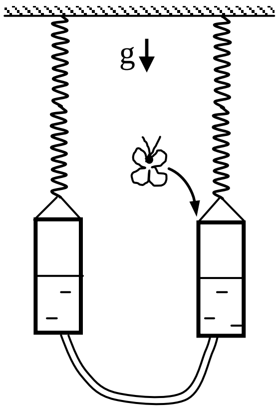
$$\frac{M_П}{2}\cdot C_П\cdot(T_X - T_2) = m\cdot L \qquad \text{(+2 балла)}$$

Из этих двух уравнений следует, что $m \cdot L = M_Ж \cdot C_Ж \cdot (T_2 - T_1)$, т.е. $\frac{m}{M_Ж} = \frac{C_Ж \cdot (T_2 - T_1)}{L} = \frac{1}{5}$ (+1 балл)

Заметим, что к тому моменту, когда необходимое количество жидкости испарится, то оставшийся объем жидкости будет вдвое больше, чем объем всех пластин, поскольку высоты столба жидкости и стопки пластин одинаковы: $2 \cdot \frac{M_П}{\rho_П} = \frac{M_Ж - m}{\rho_Ж}$ (+1 балл). Используя соотношение $\rho_П/\rho_Ж=10$ (по условию), получим такую связь между массами всей жидкости и пластинами $М_П=4 \cdot М_Ж$ (+1 балл). Теперь, выбрав какое-либо уравнение теплового баланса, в которое входит разность (T_X-T_2), находим

$$(T_X - T_2) = \frac{2 \cdot M_Ж \cdot C_Ж \cdot (T_2 - T_1)}{M_П \cdot C_П} = (T_2 - T_1) = 100^o \quad \text{(+1 балл).}$$

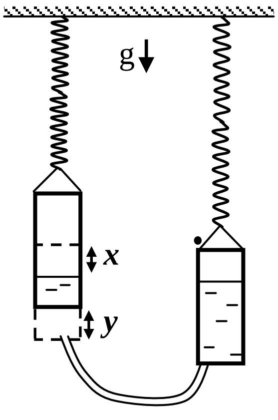
Т.е. искомая начальная температура пластин составляет 220 ^{o}С (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).



5. На двух одинаковых пружинах с жесткостью ***k***=20 Н/м висят два одинаковых сосуда, соединенные тонкой и легкой трубкой, как показано на рисунке. Сосуды имеют форму параллелепипедов с внутренним сечением 4см×5см и высотой 10см. Каждый сосуд аккуратно заполняют жидкостью с плотностью $\boldsymbol{\rho}$=1кг/дм^3 ровно наполовину, и вся система находится в равновесии. На *правый* сосуд садится мошка массой 1 г. Насколько после этого сместится *левый* сосуд? Влиянием веса трубки с жидкостью на равновесие системы пренебречь. Считать, что вес груза с массой 1 кг равен 10 Н.

Решение:

Сначала найдем, как изменится уровень жидкости в сосуде, если в силу каких-либо причин для достижения равновесия сосуд (с жидкостью) сместится по высоте на некоторое расстояние относительно начального равновесного положения.



Очевидно, что левый сосуд поднимается вверх, когда жидкость перетекает в правый сосуд. Обозначим смещение левого сосуда в лабораторной системе отсчета вверх как ***y***, а сопутствующее уменьшение уровня жидкости в нем относительно начального положения как ***x***. В равновесии эти величины должны быть связаны между собой следующим образом:

$\boldsymbol{ky=xS\rho g}$ (+3 балла за связь между смещениями)

В этом уравнении S=20 см^3 - площадь сечения сосуда, ρ - плотность жидкости, g - ускорение свободного падения (10 м/с^2). Левая часть этого уравнения дает изменение силы упругости пружины, а правая - изменение веса жидкости в сосуде. Для второго сосуда смещение уровня жидкости должно быть таким же по величине, но противоположно по знаку, так как жидкость несжимаема, и масса всей жидкости остается постоянной.

При равновесии всей системы должны одновременно выполняться условия равновесия как для каждого сосуда с соответствующей пружиной, так и для жидкости, находящейся в двух сообщающихся сосудах. Если подставить численные значения, то оказывается, что в условиях задачи, вплоть до полного перетекания жидкости, всегда будет выполняться

$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}$ (+1 балл),

Таким образом, хотя жидкость и перетекает из сосуда в сосуд при смещениях сосудов, но ее уровень относительно лабораторной системы отсчета в обоих сосудах остается неизменным, т.е. одновременно выполняется и условие равновесия жидкости в сообщающихся сосудах. Равновесие сосудов с такой жидкостью является безразличным, т.е. сосуды без каких-либо дополнительных грузов могут находиться в равновесии на разных высотах (+4 балла за выявление и обоснование особенностей равновесия в условиях задачи).

После того, как на правый сосуд сядет мошка, равновесие нарушится, и жидкость будет перетекать в правый сосуд до тех пор, пока не перетечет вся полностью. Вес жидкости в левом сосуде в исходной ситуации был равен $\boldsymbol{P=0.5hS\rho g}$ =1 Н (h=10см - высота сосуда), поэтому после перетекания жидкости левая пружина сожмется на $\boldsymbol{P/k}$=5 см, что и является искомым смещением левого сосуда (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).