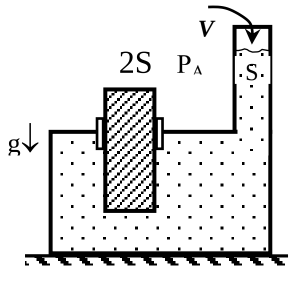
Заключительный этап (очный) Всесибирской олимпиады по физике
3 марта 2019 г.
Задачи 7 класс
Возможные решения (максимум 10 баллов за задачу)

1. Между поселками А и Б есть грунтовая дорога длиной 280 км. Дорогу по всей длине размыли сильные дожди. Дорожная машина, которая выравнивает поверхность дороги от края до края за один проход, выезжает в 6-00 утра из гаража в п. А. В 24-00 машина должна заехать обратно в гараж на техобслуживание. Успеет ли эта машина за 2 рабочих дня выровнять всю дорогу до п. Б, если по ровной дороге машина едет со скоростью 40 км/ч, а по размытой - со скоростью, втрое меньшей?

Решение: Обозначим: T=18 ч - время работы машины, V_1=40 км/ч - скорость движения по ровной дороге, V_2 - скорость движения во время работы на размытой дороге, L_1 – длина участка дороги, который машина успевает разровнять за первый день, L_2 – за второй.

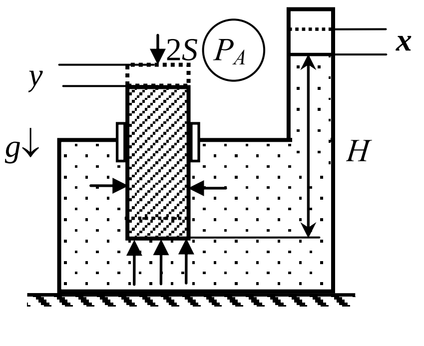
Поскольку машине надо вернуться в гараж через время T после начала работы, а возвращается она по уже выровненной дороге, то $T=L_1/V_1+L_1/V_2$ (+1 балл), отсюда находим $L_1=T\cdot V_1/4=180$ км (+1 балл). На второй день машина должна проезжать расстояние между гаражом и местом работы, равное L_1, поэтому на всю работу остается времени T/2, а выровненный участок будет иметь длину $L_2=L_1/2=90$ км (+ 2 балла). Можно также составлять уравнения вида $T=2L_1/V_1+L_2/V_2 + L_2/V_1$ и т.п. Т.е. всего за два дня будет выровнено $L_1+L_2=270$ км<280 км (+2 балла), т.е. при режиме работы, описанном в условии, за два дня машина всю дорогу отремонтировать не успеет (за явную формулировку ответа при наличии обоснования +2 балла).

Если рассуждения и ответ правильные, но из-за ошибок округления длины отрезков дороги, ремонтируемой за день, рассчитаны неточно, то всего ставится 8 баллов.



2. Сосуд с жидкостью сверху имеет крышку, в которой есть два отверстия, с площадями сечения S и 2S. Из более узкого отверстия выходит вертикальная трубка такого же сечения. В широкое отверстие вставлен гладкий цилиндр, который может свободно двигаться по вертикали (жидкость при этом не вытекает и воздух не проходит). Известно, что в начальной ситуации (см. рисунок) система находится в равновесии. Насколько сдвинется цилиндр, если в вертикальную трубку дополнительно долить объем ***V*** той же жидкости, которая находится в сосуде?

Решение:



Обозначим искомое смещение цилиндра как ***y***, а сопутствующее изменение уровня жидкости в трубке как ***x***. Для промежуточных вычислений введем обозначение H для разницы уровня жидкости в трубке и нижнего края цилиндра в исходном состоянии, ρ - плотность жидкости.

Условие равновесия цилиндра в этом состоянии записывается как

$$M \cdot g = 2S \cdot (P_A + \rho g H) - 2S \cdot P_A = 2S \cdot \rho g H \quad \text{(+ 2 балла)}$$

Заметим, что формально вычислять силу, действующую на цилиндр, с помощью "закона Архимеда" $F=\rho gV$, неправильно, так как давление в жидкости у самой крышки не равно атмосферному - крышка дополнительно "давит" на жидкость сверху вниз.

После заливания в трубку дополнительной жидкости замещаемый цилиндром объем жидкости уменьшится на $2Sy$. В силу несжимаемости жидкости, т.е. постоянства ее объема, можно записать, что $2Sy+Sx=V$ (+2 балла).

В новом положении цилиндра условие его равновесия имеет вид

$$M \cdot g = 2S \cdot (P_A + \rho g H + x - y) - 2S \cdot P_A = 2S \cdot \rho g (H + x - y) \quad \text{(+ 2 балла)}$$

Комбинируя два условия равновесия, получаем, что x-y=0, т.е. $x=y$ (+ 2 балла).

Таким образом, получаем $y = \dfrac{V}{3S}$ (+ 2 балла).

Если в решении никак не учитывается наличие атмосферного давления и при этом не объяснено, что ответ от этого не меняется, то ставится максимум 8 баллов.

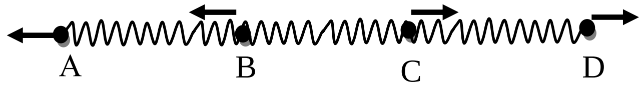
3. Группа из 22 туристов придумала развлечение на целый день. Туристы по очереди прыгают с обрыва в горную реку в спасжилетах, и их сносит на 400 м вниз по течению. Затем каждый турист сразу выходит по тропе к месту прыжка и снова прыгает. При этом средняя скорость движения туриста по тропе в 4 раза меньше скорости течения реки. Сколько туристов в среднем одновременно находится в реке, если длина тропы равна 1 км? Считать, что туристы распределены по реке и тропе равномерно.

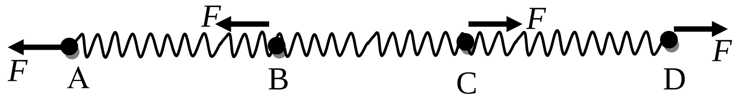
Решение: Обозначим искомое число одновременно плывущих туристов как N_1, полное число «развлекающихся» туристов N_0=22, среднее время подъема по тропе вверх T_B, время спуска – T_C, длина участка реки для сплава – L, скорость течения V. Тогда T_C=L/V, T_B=2.5·L/(V/4)=10·T_C (+1 балл).

Это означает, что за время T_C всего N_1 человек вылезают из воды (+ 1 балл), т.е. каждые T_C/N_1 единиц времени (часов) на берегу появляется новый человек (+ 1 балл). Аналогично, по тропе одновременно идут вверх (N_0-N_1) человек (+ 1 балл), и у каждого из них такой подъем занимает время T_B. Другими словами, каждые $T_B/(N_0$-$N_1)$ единиц времени (часов) наверху оказывается 1 человек (+ 1 балл).

Поскольку все периодически повторяется, то есть количество людей в реке и на тропе остается постоянным, т.е. на каждого вылезшего должен приходится один спрыгнувший, то $T_C/N_1=T_B/(N_0$-$N_1)$ (+ 2 балла). Так как T_B=10·T_C, то (N_0-N_1)=10·N_1 (+ 1 балл) т.е. $N_1=N_0/11$ =2 человека (+ 2 балла)

4. Четверо жителей Цветочного города нашли длинную пружину и стали ставить с ней разные опыты. Когда они взялись за пружину в точках A, B, C и D (A и D – концы, B и C делят нерастянутую пружину на три равные части) и стали действовать на пружину с одинаковыми силами в направлении от середины, то между точками A и D расстояние увеличилось на L по сравнению с длиной нерастянутой пружины. Каково станет удлинение пружины, если жители возьмутся парами за ее концы и будут тянуть за них с прежними силами? Считать, что пружина однородна по длине и подчиняется закону Гука.

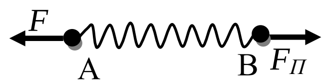


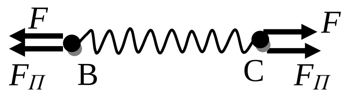


Решение: Обозначим для промежуточных вычислений величину силы, которую прикладывает к пружине один житель как F, коэффициент жесткости всей пружины обозначим k.

Представим всю пружину как три последовательно соединенных одинаковых пружины втрое меньшей длины, у которых концы соединены в точках B и C. Коэффициент жесткости каждой такой короткой пружины равен $3k$ (+2 балла), что непосредственно следует из того, что три последовательно соединенных части пружины имеют коэффициент жесткости k.

Для определенности будем считать, что силы, прикладываемые жителями к пружине в точках B и C, приложены к концам средней (воображаемой) пружины, а к концам крайних пружин приложены только силы со стороны концов средней пружины. Это деление условно, легко проверить, что ответ от этого не зависит. Например, можно считать, например, что в этих точках к обеим соединенным пружинам приложено по $F/2$ и т.п. От такого условного деления будет также зависеть величина $F_П$ силы взаимодействия между условными концами коротких пружин.





Таким образом, в начальной ситуации к концам средней части пружины между точками B и C приложены силы величиной по $(F+F_П)$. Части всей пружины между точками A и B, а также точками C и D, растягиваются силами, равными F и $F_П$ (как показано на рисунке). Отсюда следует, что $F=F_П$ (+1 балл), т.е. удлинения крайних пружин равны $F/3k$ (+1 балл), а удлинение средней пружины равно $2F/3k$ (+1 балл). Будет нелишним напомнить, что в закон Гука входит величина каждой из двух сил, приложенных к концам пружины, а не их сумма.

Удлинение всей пружины в начальной ситуации составит

$L=(F/3k+2F/3k+F/3k)=4F/3k$ (+2 балла за установление связи между удлинением и пружины и ее характеристиками в начальной ситуации).

Если жители возьмутся парами за концы всей пружины, то ее искомое удлинение составит $2F/k$ (+1 балл), т.е. $3L/2$ (+2 балла).