Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2016-2017
11 класс

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, обязательно округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,004 – до 2. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.

1. Мяч вернулся в место броска через время t после упругого удара о вертикальную стену. Под каким углом к горизонтали он брошен, если расстояние от места броска до стены L? Ускорение свободного падения g, сопротивлением воздуха пренебречь. В ответе указать тангенс искомого угла.

2. В помещении поддерживают постоянные условия. В бак налили немного воды. Как только вода испарилась, бак закрыли крышкой и взвесили. Крышку сняли, а через некоторое время бак снова закрыли и взвесили. Масса оказалась на Δm = 1,10 г больше, чем при первом взвешивании. Какая масса водяного пара в граммах вышла из бака за время между взвешиваниями**?**

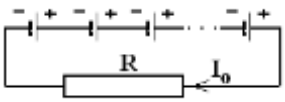
3. Клин массы M с углом α при вершине находится на горизонтальном полу. На клине лежит тело массы m. Какую наименьшую горизонтальную силу нужно приложить к клину, чтобы тело начало подниматься по нему? Ускорение свободного падения g, трения между клином и телом нет, коэффициент трения между клином и полом μ.

4. Камень бросили под углом $\alpha = 60^{o}$ к горизонтали. При пролёте расстояния L = 4 м по горизонтали угол между скоростью камня и горизонталью уменьшился до $\beta = 30^{o}$. На какую наибольшую высоту камень поднялся? Влиянием воздуха пренебречь. Получить ответ в общем виде и найти числовое значение (в м) при данных углах.

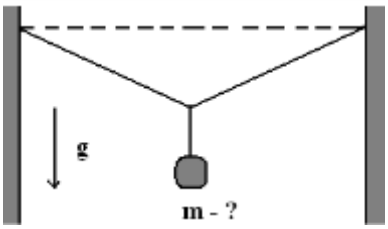
5. Упругий резиновый шнур прикреплён к потолку. К другому концу привязан груз веса P. Груз поднимают до точки подвеса и отпускают. Наибольшее ускорение груза a_1 оказывается в 5 раз больше ускорения свободного падения: $a_1 = 5g$. Каким будет наибольшее ускорение для груза половинного веса, привязанного к этому же шнуру и отпущенного от точки подвеса? Каковы наибольшие силы натяжения шнура в этих двух случаях?

6. Три точечных заряда величиной q, q и – q находятся в вершинах равностороннего треугольника на расстоянии R друг от друга. Первые два заряда удерживают, а третий отпускают. Определите расстояния от третьего заряда – q до первых двух в момент, когда его скорость равна половине наибольшей. Внешние воздействия отсутствуют.

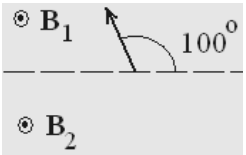
7. Вертикальный теплоизолированный цилиндр заполнен гелием и перекрыт сверху поршнем без трения, к которому подвешен небольшой кусок льда при температуре 0° С. После установления равновесия часть льда растаяла, но высота поршня над дном осталась прежней. Найдите эту высоту в случае а) лёд находится вблизи дна, но не касается дна и воды, б) лёд находится вблизи поршня. Удельная теплота плавления льда λ, изменением объема при таянии пренебречь.



8. Одинаковые батарейки, соединенные последовательно, дают в нагрузке с сопротивлением R ток I_o. Если одну батарейку закоротить, то ток в нагрузке $I_1 = 35I_o/36$. Если вместо этого одну батарейку включить с другой полярностью, то ток в нагрузке $I_2 = 2I_o/3$. Найдите число батареек и ЭДС каждой.



9. Висящая вертикально нить рвётся, когда масса подвешенного к ней груза достигает значения M = 60 кг, а относительное удлинение нити – значения ε = 0,5%. Эту нить привязывают к стенкам, так что её концы находятся на одной горизонтали, а расстояние между ними равно длине нерастянутой нити. Определите в кг массу m груза, который при подвеске к середине нити вызывает разрыв. Считайте, что нить остаётся упругой вплоть до разрыва.



10. Выше и ниже плоской границы раздела вектора магнитной индукции B_1 и B_2 параллельны и направлены на Вас по нормали к плоскости рисунка. Протон, скорость которого перпендикулярна направлению магнитного поля, пересекает границу раздела под углом $\alpha = 100^o$. Найдите отношение B_2/B_1, если время движения в области выше плоскости раздела равно времени движения в области ниже этой плоскости.

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов. Если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице решение уже не проверяется!

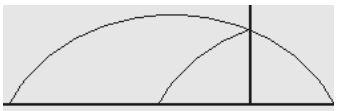
№ задачи	Ответ
1.	$tg\alpha = gt^2/L$ или gt^2/L
2.	1,80 или 1,80 г
3.	$(M+m)g(tg\alpha + \mu)$
4.	$Ltg^2\alpha/2(tg\alpha - tg\beta)$; 5,20 или 5,20 м
5.	7g; 6P; 4P
6.	0,8R
7.	$2\lambda/3g$; $2\lambda/5g$
8.	6; $7I_oR/6$
9.	12 или 12 кг
10.	$B_2/B_1 = 0,8$ или 0,8

Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2016-2017
11 класс

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, обязательно округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,004 – до 2. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.

1. Мяч вернулся в место броска через время t после упругого удара о вертикальную стену. Под каким углом к горизонтали он брошен, если расстояние от места броска до стены L? Ускорение свободного падения g, сопротивлением воздуха пренебречь. В ответе указать тангенс искомого угла.

Возможное решение



На рис. указана траектория мяча до и после удара при возвращении на ту же горизонталь. Второй участок получается отражением продолжения траектории за стеной. Раз мяч вернулся в точку броска, то удар о стену произошел в верхней точке траектории. Тогда вертикальная скорость в момент броска $v_y = gt$, а горизонтальная $v_x = L/t$. Откуда для искомого угла $tg\alpha = v_y/v_x = gt^2/L$.

Ответ: $tg\alpha = gt^2/L$ или gt^2/L

2. В помещении поддерживают постоянные условия. В бак налили немного воды. Как только вода испарилась, бак закрыли крышкой и взвесили. Крышку сняли, а через некоторое время бак снова закрыли и взвесили. Масса оказалась на $\Delta m = 1{,}10$ г больше, чем при первом взвешивании. Какая масса водяного пара в граммах вышла из бака за время между взвешиваниями**?**

Возможное решение

Увеличение массы за промежуток между взвешиваниями происходит за счёт замещения вышедшего водяного пара воздухом, тогда $\Delta m = m_o - m$; где m_o масса вошедшего воздуха, а m масса вышедшего пара. При постоянных температуре, давлении и объёме суммарное число молей в баке неизменно. Тогда $m_o/\mu_o = m/\mu$. Для воздуха молярная масса $\mu_o = 29$ г; для воды $\mu = 18$. Отсюда $m = \Delta m\mu/(\mu_o - \mu) = 1{,}1\cdot 18/(29 - 18) = 1{,}80$ г.

Ответ: 1,80

3. Клин массы M с углом α при вершине находится на горизонтальном полу. На клине лежит тело массы m. Какую наименьшую горизонтальную силу нужно приложить к клину, чтобы тело начало подниматься по нему? Ускорение свободного падения g, трения между клином и телом нет, коэффициент трения между клином и полом μ.

Возможное решение

В граничном случае ускорения тела и клина одинаковы и направлены по горизонтали. Вертикальная составляющая силы реакции между клином и телом $N\cos\alpha = mg$, а из 2-го закона Ньютона для горизонтального ускорения тела имеем $ma = N\sin\alpha$, откуда $a = g\,tg\alpha$. Сила нормального давления со стороны пола $N_1 = Mg + N\cos\alpha = (M+m)g$, а сила трения $f = \mu(M+m)g$, из 2-го закона Ньютона для горизонтального ускорения клина имеем $Ma = F - N\sin\alpha - f$. Откуда $F = (M+m)g(tg\alpha + \mu)$.

Ответ: $(M+m)g(tg\alpha + \mu)$.

4. Камень бросили под углом $\alpha = 60^o$ к горизонтали. При пролёте расстояния $L = 4$ м по горизонтали угол между скоростью камня и горизонталью уменьшился до $\beta = 30^o$. На какую наибольшую высоту камень поднялся? Влиянием воздуха пренебречь. Получить ответ в общем виде и найти числовое значение (в м) при данных углах.

Возможное решение

Обозначим горизонтальную и вертикальную проекцию начальной скорости v_x и v_y, $v_y = v_x tg\alpha$. Горизонтальная скорость неизменна и тогда $L = v_x t$, где t время пролёта. Вертикальная скорость за это время уменьшится на gt и станет равной $v_x tg\beta$, откуда $v_x(tg\alpha - tg\beta) = gt$. Из этих двух уравнений исключим время и получим $v_x^2 = gL/(tg\alpha - tg\beta)$. Из сохранения энергии или кинематики выразим через начальную вертикальную скорость наибольшую высоту подъёма $H = v_y^2/2g$. Окончательно $H = Ltg^2\alpha/2(tg\alpha - tg\beta)$, а числовое значение высоты $H = 5{,}20$ м.

Ответ: $Ltg^2\alpha/2(tg\alpha - tg\beta)$; 5,20

5. Упругий резиновый шнур прикреплён к потолку. К другому концу привязан груз веса P. Груз поднимают до точки подвеса и отпускают. Наибольшее ускорение груза a_1 оказывается в 5 раз больше ускорения свободного падения: $a_1 = 5g$. Каким будет наибольшее ускорение для груза половинного веса, привязанного к этому же шнуру и отпущенного от точки подвеса? Каковы наибольшие силы натяжения шнура в этих двух случаях?

Возможное решение

Вес груза $P = mg$, где m его масса. Пусть жёсткость шнура k, а наибольшее растяжение пружины x (тогда и ускорение максимально). В этом случае из второго закона Ньютона имеем: $ma_1 = kx - mg$; а из сохранения энергии (скорость вначале и конце нулевая) $kx^2/2 = mg(L + x)$. Отсюда $(a_1/g)^2 = 1 + 2kL/P$. Для груза половинного веса аналогично получим $(a_2/g)^2 = 1 + 4kL/P$. Поскольку $a_1 = 5g$, то $2kL/P = 24$; тогда $(a_2/g)^2 = 1 + 4kL/P = 49$ и $a_2 = 7g$. Из применения 2-го закона Ньютона находим и наибольшие натяжения в этих случаях $T_1 = mg + ma_1 = 6P$; $T_2 = mg/2 + ma_2/2 = 4P$.

Ответ: 7g; 6P; 4P.

6. Три точечных заряда величиной q, q и – q находятся в вершинах равностороннего треугольника на расстоянии R друг от друга. Первые два заряда удерживают, а третий отпускают. Определите расстояния от третьего заряда – q до первых двух в момент, когда его скорость равна половине наибольшей. Внешние воздействия отсутствуют.

Возможное решение

Третий заряд движется по средней линии, расстояния r от него до первых двух одинаковы. Из сохранения энергии: $-2kq^2/R = mv^2/2 - 2kq^2/r$. Поэтому наибольшая скорость при наименьшем r, $r_{min} = R/2$. Тогда для наибольшей скорости $mv_{max}^2/2 = 2kq^2/R$, а для скорости $u = v_{max}/2$ кинетическая энергия $mu^2/2 = kq^2/2R$. Для искомого расстояния r сохранение энергии даёт: $-2kq^2/R = mu^2/2 - 2kq^2/r$. После подстановок получим $r = 4R/5 = 0{,}8R$.

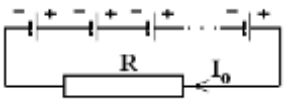
Ответ: 0,8R

7. Вертикальный теплоизолированный цилиндр заполнен гелием и перекрыт сверху поршнем без трения, к которому подвешен небольшой кусок льда при температуре 0° С. После установления равновесия часть льда растаяла, но высота поршня над дном осталась прежней. Найдите эту высоту в случае а) лёд находится вблизи дна, но не касается дна и воды, б) лёд находится вблизи поршня. Удельная теплота плавления льда λ, изменением объема при таянии пренебречь.

Возможное решение

Обозначим массу растаявшего льда m. Теплота, затраченная на плавление льда $Q = \lambda m$ равна изменению внутренней энергии газа $3V\Delta P/2$. Отсюда уменьшение давления $\Delta P = 2\lambda m/3V = 2\lambda m/3SH$. Условие равновесия $\Delta PS = mg = 2\lambda m/3H$, то есть $H = 2\lambda/3g$. Это если лед находился около дна цилиндра. Если лед находился сверху, то к изменению внутренней энергии добавляется mgH, и высота равна $H = 2\lambda/5g$. При промежуточной высоте льда получится промежуточный результат.

Ответ: $2\lambda/3g$; $2\lambda/5g$

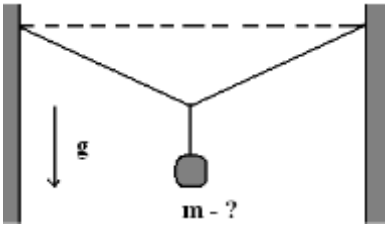


8. Одинаковые батарейки, соединенные последовательно, дают в нагрузке с сопротивлением R ток I_o. Если одну батарейку закоротить, то ток в нагрузке $I_1 = 35I_o/36$. Если вместо этого одну батарейку включить с другой полярностью, то ток в нагрузке $I_2 = 2I_o/3$. Найдите число батареек и ЭДС каждой.

Возможное решение

Обозначим ЭДС одной батарейки *E*, внутреннее сопротивление r. Тогда N батареек дают ток $I_o = NE/(R+Nr)$. Если одна батарейка включена с противоположной полярностью, то вклад ее в общую ЭДС будет $-E$, а ток $I_2 = 2I_o/3 = (N-2)E/(R+Nr)$, то есть $(N-2)/N = 2/3$, а $N = 6$. Тогда $6E/(R+6r) = I_o$. При закорачивании одной батарейки получаем $35I_o/36=5E/(R+5r)$. Из этих двух уравнений находим внутреннее сопротивление $r = R$ и ЭДС $E = 7I_oR/6$.

Ответ: 6; $7I_oR/6$

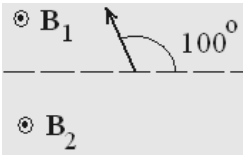


9. Висящая вертикально нить рвётся, когда масса подвешенного к ней груза достигает значения M = 60 кг, а относительное удлинение нити – значения ε = 0,5%. Эту нить привязывают к стенкам, так что её концы находятся на одной горизонтали, а расстояние между ними равно длине нерастянутой нити. Определите в кг массу m груза, который при подвеске к середине нити вызывает разрыв. Считайте, что нить остаётся упругой вплоть до разрыва.

Возможное решение

Нить рвётся во 2-м случае при том же относительном удлинении $\varepsilon = 0{,}5\cdot10^{-2}$ и том же натяжении $T = Mg$. Подвесим груз к середине нити. Пусть длина нити $2L$, удлинение половины нити x, а смещение середины нити по вертикали h. Из равновесия сил по вертикали находим $m = 2Mh/(L + x)$. Из теоремы Пифагора имеем $h^2 = 2Lx + x^2$. Так как $x = \varepsilon L$, то $m = 2M\sqrt{2\varepsilon + \varepsilon^2}/(1 + \varepsilon) \cong 2M\sqrt{2\varepsilon} =$ 12 кг.

Ответ: 12



10. Выше и ниже плоской границы раздела вектора магнитной индукции B_1 и B_2 параллельны и направлены на Вас по нормали к плоскости рисунка. Протон, скорость которого перпендикулярна направлению магнитного поля, пересекает границу раздела под углом $\alpha = 100^o$. Найдите отношение B_2/B_1, если время движения в области выше плоскости раздела равно времени движения в области ниже этой плоскости.

Возможное решение

В верхней области протон описывает дугу окружности с угловой мерой 200°, а в нижней – 160°. Из 2-закона Ньютона и выражения для магнитной силы имеем $mv^2/R = evB$, тогда угловая скорость $\omega = eB/m$. Раз времена прохождения этих дуг одинаковы, то угловые скорости относятся как углы поворота, то есть $\omega_2/\omega_1 = 160/200 = 0{,}8$. А тогда и $B_2/B_1 = 0{,}8$.

Ответ: $B_2/B_1 = 0{,}8$ или 0,8