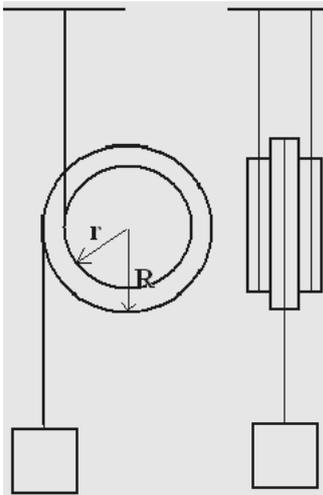


**Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников  
2015-2016 Решения 9 класс**

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,59 округляется до 329; 1,006 – до 1,01. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.



1. Радиус средней части ворота  $R = 35$  см, радиус выступов  $r = 30$  см. К вороту прикреплены нерастяжимые нити: две привязаны к потолку и намотаны на выступы, на среднюю часть ворота намотана нить с грузом на конце (см. рис.). В каком направлении и с какой скоростью  $u$  (в м/с) движется ось ворота, если груз опускается по вертикали со скоростью  $v = 0,2$  м/с?

***Возможное решение***

При опускании груза ворот поворачивается против часовой стрелки с некоторой угловой скоростью  $\omega$ . Тогда со средней части нить сматывается, а на выступы нити наматываются. Поэтому ось ворота поднимается **вверх** со скоростью  $u = \omega R$ . Относительно оси груз опускается за единицу времени на  $w = \omega r$ , столько при повороте освобождается нити. Так как ось поднимается со скоростью  $u = \omega R$ , то скорость груза  $v = w - u = \omega(r - R)$ . Откуда, исключая  $\omega$ , находим  $u = vr/(R - r) = 1,2$  м/с.

**Ответ: Вверх,  $u = 1,2$  м/с (или) вверх, 1,2.**

2. Падающий камень пролетел верхнюю половину пустого колодца за время  $t_1 = 0,22$  с, а нижнюю – за время  $t_2 = 0,20$  с. Какова скорость камня перед ударом о дно (в м/с)? Ускорение свободного падения  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>.

***Возможное решение***

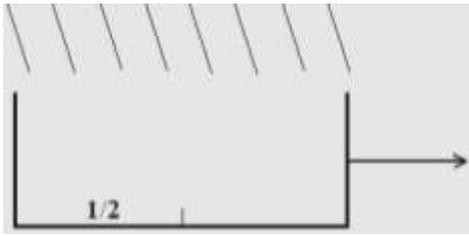
Пусть камень начал падать с высоты  $H$  от дна колодца глубины  $h$ . Естественно  $H > h$ . Если  $t$  время полёта камня до дна из точки, где его отпустили, то искомая скорость  $v = gt$ .

Выразим перемещения от начальной точки до дна, до середины колодца и до верхней его точки:

$$gt^2/2 = H; \quad g(t - t_2)^2/2 = H - h/2; \quad g(t - t_1 - t_2)^2/2 = H - h.$$

Откуда, исключая  $H$  и  $h$ , находим  $t = (t_1^2 + 2t_1t_2 - t_2^2)/(2(t_1 - t_2)) = 2,41$  с, а искомая скорость  $v = gt = 23,6$  м/с.

**Ответ:  $v = 23,6$  м/с.**

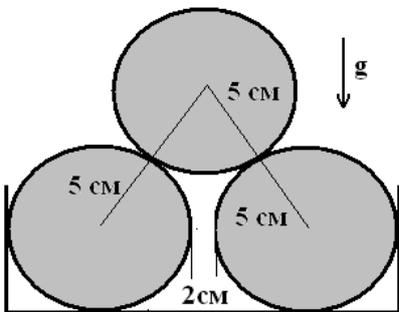


3. Если открытый ящик движется по горизонтали вправо со скоростью  $v_1 = 1,5$  м/с, то капли дождя ударяют по всей левой стенке, но не попадают прямо на дно. Когда скорость снизили до  $v_2 = 1$  м/с, то под ударами капель оказалась половина дна ящика от левой стенки. Какая часть дна окажется под ударами капель, если скорость снизить до  $v_3 = 0,5$  м/с? А если ящик остановить? Капли летят с одинаковой по величине и направлению скоростью.

### Возможное решение

Граничный случай – капля пролетает через верхнюю точку правой стенки. Время полёта до дна  $t$  во всех случаях одинаково, оно определяется вертикальной скоростью каплей и не зависит от горизонтальной скорости ящика. Расстояние от правой стенки до места падения на дно в первом случае  $v_1 t - ut = L$ , где  $u$  скорость капли по горизонтали, а  $L$  длина дна. Во втором случае  $v_2 t - ut = L/2$ . Отсюда находим  $u = 2v_2 - v_1 = 0,5$  м/с, а  $ut = L/2$ . В третьем случае  $v_3 = 0,5$  м/с =  $u$  граничная капля попадает на дно у передней стенки, то есть **всё дно** оказывается под ударами капель. Для неподвижного ящика от прямого попадания защищает уже левая стенка, и граница попадания находится от неё на расстоянии  $ut = L/2$ . То есть под ударами оказывается **половина дна**.

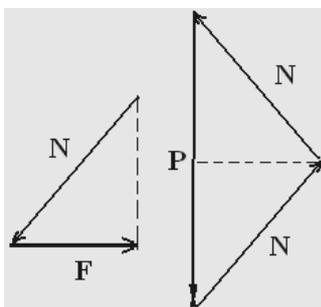
Ответ: всё дно; половина дна (или 1; 1/2).



4. В лотке лежат три однородных цилиндра радиуса  $r = 5$  см и веса  $P = 400$  Н каждый с зазором  $d = 2$  см между нижними цилиндрами. С какой силой  $F$  (в ньютонах) они давят на вертикальные стенки лотка, если трение пренебрежимо мало?

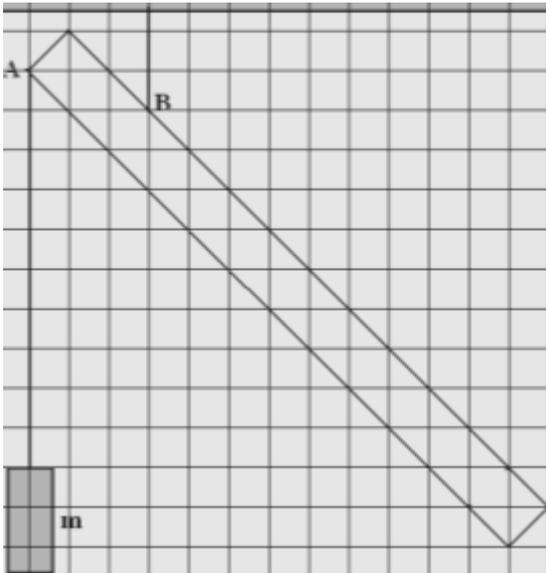
### Возможное решение

В равнобедренном треугольнике с вершинами в центрах цилиндров боковые стороны  $2r = 10$  см, а основание  $L = 2r + d = 12$  см. Найдём из теоремы Пифагора высоту этого треугольника:  $h = 8$  см.



Сила нормального давления со стороны верхнего цилиндра на левый  $N$  направлена по прямой, соединяющей центры этих цилиндров. Горизонтальная составляющая силы  $N$  уравновешена силой давления  $F$  со стороны стенки. Из подобия треугольника сил половине равнобедренного треугольника со сторонами  $2r$  и  $L$  имеем  $F/N = L/4r$  (рис.слева). Из равновесия верхнего цилиндра имеем  $N/P = 2r/2h$ , силы нормального давления со стороны левого и правого цилиндра одинаковы по величине и направлены, как показано на рис. справа. Тогда  $F = LP/4h = 150$  Н.

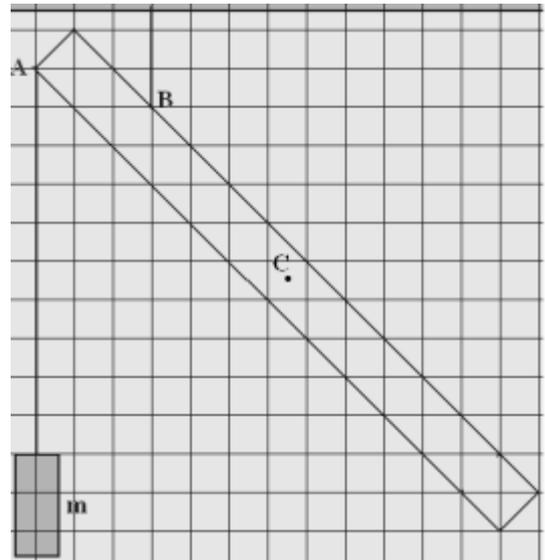
Ответ:  $F = 150$  Н или 150.



5. К точке А трубы привязан груз массы  $m = 35$  кг, она висит наклонно на шнуре, прикрепленном к точке В (см. рис). Какой массы груз (в кг) нужно привязать к точке А, чтобы труба висела горизонтально?

**Возможное решение**

Пусть масса трубы  $m_0$ . Отметим точкой С на рис. центр масс трубы, точку приложения действующей на неё силы тяжести. Из равновесия моментов сил тяжести груза и трубы относительно В имеем:  $m \cdot 3l = m_0 \cdot 3,5l$ , где  $l$  длина стороны клеточки на рисунке. Отсюда находим  $m_0 = 6m/7 = 30$  кг. В горизонтальном положении плечо силы тяжести, действующей на груз искомой массы  $M$  в два раза меньше плеча силы тяжести трубы, точка приложения которой середина оси трубы. Поэтому  $M = 2 m_0 = 60$  кг.



**Ответ: 60 кг.**

6. Слиток объёма  $V = 2$  литра плавает в цилиндрическом сосуде с ртутью, погружившись в неё на половину. Когда в сосуд налили воду и весь слиток оказался под водой, уровень ртути в сосуде понизился на  $h = 8$  мм. Какова площадь сечения сосуда (в  $\text{см}^2$ )? Плотность ртути в 13,6 раз больше плотности воды:  $\rho = 13,6\rho_0$ .

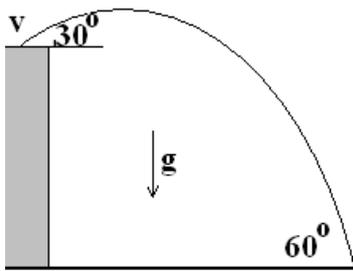
**Возможное решение**

1-й случай, когда в сосуде нет воды. Из закона Архимеда масса слитка равна массе вытесненной ртути  $m = \rho V/2$ .

2-й случай, когда в сосуде над ртутью налита вода. Если объём, погружённой в ртуть части слитка,  $V_1$ , то из неизменности массы и объёма слитка и закона Архимеда имеем:  $\rho_0(V - V_1) + \rho V_1 = \rho V/2$ . Из неизменности объёма ртути в сосуде:  $V/2 - V_1 = Sh$ .

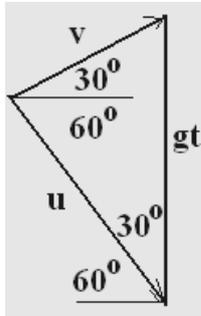
Тогда окончательно  $S = \rho_0 V/2(\rho - \rho_0)h = 2 \cdot 10^3/2 \cdot 12,6 \cdot 0,8 \cong 99,2 \text{ см}^2$ .

**Ответ:  $S = 99,2 \text{ см}^2$**



7. Камень бросили с крыши дома под углом  $30^\circ$  к горизонтали со скоростью  $v = 25$  м/с. Перед ударом о землю его скорость направлена под углом  $60^\circ$  к горизонтали. Какова высота дома (в м)? Ускорение свободного падения  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>.

### Возможное решение

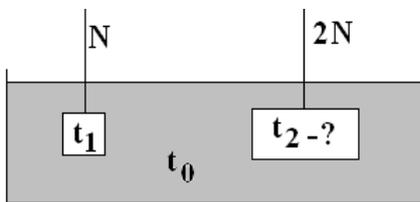


Вектор конечной скорости  $\mathbf{u} = \mathbf{v} + \mathbf{gt}$  (рис.), где  $t$  время полёта. Из данных об углах видим, что  $v$  является катетом, противолежащим углу  $30^\circ$  в прямоугольном треугольнике с гипотенузой  $gt$ . Тогда  $gt = 2v$ , а  $t = 2v/g$ .

Для перемещения по вертикали имеем:

$$h = gt^2/2 - vt/2 = v^2/g = 63,7 \text{ м.}$$

**Ответ: 63,7 м.**

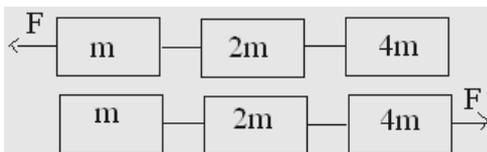


8. Сосуды в виде куба с ребром  $a$  и параллелепипеда с рёбрами  $2a$  полностью заполнены водой и погружены в проточную воду с температурой  $t_0 = 7^\circ\text{C}$ . Нагреватель в первом сосуде передаёт воде в нём тепловую мощность  $N$ , а нагреватель во втором сосуде – мощность  $N_2 = 2N$ . Найдите температуру  $t_2$  воды во втором сосуде, если температура воды в первом  $t_1 = 15^\circ\text{C}$ . Поток тепла через единицу площади стенки сосуда пропорционален разности температур воды внутри и снаружи.

### Возможное решение

Площади поверхности первого и второго сосуда  $S_1 = 6a^2$  и  $S_2 = 10a^2$ . Поток тепла пропорционален площади и разности температур. В стационарном режиме потоки тепла равны поступающей мощности. Таким образом имеем  $N = 6a^2\alpha(t_1 - t_0)$  и  $2N = 10a^2\alpha(t_2 - t_0)$ , где  $\alpha$  коэффициент пропорциональности. Отсюда получаем уравнение  $6(t_1 - t_0) = 5(t_2 - t_0)$ . Тогда искомая температура  $t_2 = 1,2t_1 - 0,2t_0 = 16,6^\circ\text{C}$ .

**Ответ:  $t_2 = 16,6^\circ\text{C}$ .**

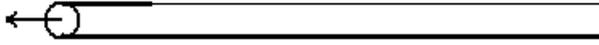


9. Тела масс  $m$ ,  $2m$  и  $4m$  связаны лёгкими нерастяжимыми нитями. В первом случае силу  $F$  приложили к телу  $m$ , во втором – к телу  $4m$ . Во сколько раз сила натяжения нити между  $m$  и  $2m$  в первом случае больше, чем во втором? Других внешних сил нет.

### Возможное решение

Применим 2-й закон Ньютона к системе в целом:  $7ma = F$  как в первом, так и во втором случае. Найдём  $T_1$  из 2-го закон в применении к «хвосту»  $2m + 4m$ :  $T_1 = 6ma$ . Во втором случае «хвост» это тело массы  $m$  и  $T_2 = 6ma$ . Ускорения в этих случаях одинаково и соответственно  $T_1/T_2 = 6$ .

**Ответ: 6**



**10.** Два резиновых шнура соединены в один. Он привязан двумя концами к стене и проходит через легкий блок без трения. Длина первого шнура в нерастянутом состоянии  $L_1 = 95$  см, жёсткость  $k_1 = 0,9$  Н/см, второго  $L_2 = 105$  см и  $k_2 = 1,1$  Н/см. С какой силой  $F$  (в Н) надо тянуть за блок, чтобы длины растянутых шнуров стали равны? Найдите эту длину в см.

***Возможное решение***

Для блока без трения натяжения верхней и нижней частей шнура одинаковы и равны  $F/2$ . Из закона Гука тогда  $k_1(L - L_1) = F/2$  и  $k_2(L - L_2) = F/2$ , где  $L$  искомая длина. Исключая  $F$ , находим  $L = (k_2L_2 - k_1L_1)/(k_2 - k_1) = 150$  см; а тогда  $F = 2k_2k_1(L_2 - L_1)/(k_2 - k_1) = 99$  Н.

**Ответ: 99 Н; 150 см или 99; 150.**

**11.** В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов. Если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице решение уже не проверяется!

№ задачи	Ответ
1.	<b>Вверх; <math>u = 1,2</math> м/с (или) вверх; 1,2.</b>
2.	<b>23,6 м/с или 23,6</b>
3.	<b>всё дно; половина дна (или 1; 1/2).</b>
4.	<b><math>F = 150</math> Н или 150</b>
5.	<b>60 кг или 60</b>
6.	<b>99,2 см<sup>2</sup> или 99,2</b>
7.	<b>63,7 м или 63,7</b>
8.	<b><math>t_2 = 16,6^\circ\text{C}</math> или 16,6</b>
9.	<b>6</b>
10.	<b>99 Н; 150 см или 99; 150</b>