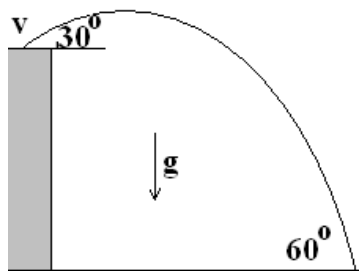
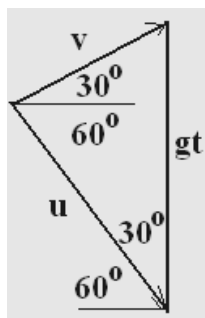


**Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2015-2016 Решения 11 класс**

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,59 округляется до 329; 1,006 – до 1,01. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.



1. Камень бросили с крыши дома под углом 30° к горизонтالي со скоростью $v = 25$ м/с. Перед ударом о землю его скорость направлена под углом 60° к горизонтали. Какова высота дома (в м)? Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².



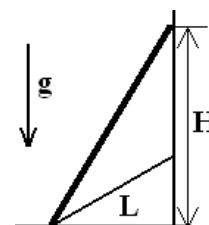
Возможное решение

Вектор конечной скорости $\mathbf{u} = \mathbf{v} + \mathbf{gt}$ (рис.), где t время полёта. Из данных об углах видим, что v является катетом, противолежащим углу 30° в прямоугольном треугольнике с гипотенузой gt . Тогда $gt = 2v$, а $t = 2v/g$.

Перемещения по вертикали $h = gt^2/2 - vt/2 = v^2/g = 63,7$ м.

Ответ: 63,7 м .

2. Однородный стержень веса $P = 72$ Н опирается на вертикальную стену на высоте $H = 0,8$ м от пола. Нижний конец стержня привязан к стене нитью длины $L = 0,5$ м. Каково натяжение нити (в Н), если трение стержня со стеной и полом пренебрежимо мало?



Возможное решение

Пусть φ угол между нитью и горизонталью. Из равновесия сил по горизонтали $N = T \cos \varphi$, где N сила нормального давления со стороны стены, а T натяжение нити. Из равновесия моментов сил относительно нижнего конца стержня имеем $NH = mgL \cos \varphi / 2$. Отсюда $T = mgL / 2H = PL / 2H = 22,5$ Н.

Ответ: $T = 22,5$ Н или 22,5



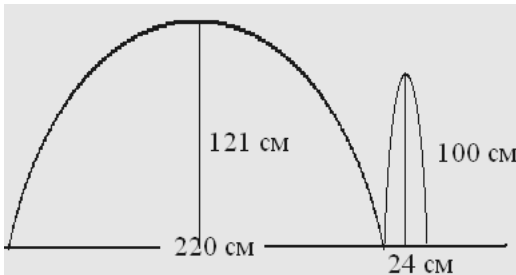
3. На высоте $H = 11$ см от пола к ящику прижата шайба. Коэффициент трения между ними $\mu = 0,3$. На ящик действует горизонтальная сила F , равная силе, с которой давят на шайбу. Когда на шайбу перестают давить, система при-

ходит в движение и при смещении ящика на $L = 10$ см шайба достигает пола. Сила F , действующая на ящик, неизменна. Найдите ускорение шайбы по горизонтали и вертикали. Ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Возможное решение

Из 2-го закона Ньютона в применении к движению шайбы по горизонтали и вертикали $ma_x = N$; $ma_y = mg - \mu N$ (m , a_x и a_y масса и ускорения шайбы, N сила нормального давления со стороны ящика). Отношение ускорений по x и y равно отношению соответствующих перемещений: $a_x/a_y = L/H$. Из уравнений находим $a_x = gL/(H + \mu L) = 7 \text{ м/с}^2$; $a_y = gH/(H + \mu L) = 7,7 \text{ м/с}^2$.

Ответ: $a_x = 7 \text{ м/с}^2$; $a_y = 7,7 \text{ м/с}^2$ или 7 м/с^2 ; $7,7 \text{ м/с}^2$



4. На рисунке даны горизонтальные и вертикальные размеры отрезков траектории центра мяча до и после удара о пол. Найдите коэффициент трения между полом и мячом, если мяч не вращается. Столкновение считать почти мгновенным. Влиянием воздуха пренебречь.

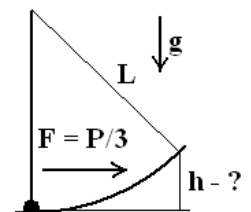
Возможное решение

По рисунку в условии вертикальные и горизонтальные размеры следующие $H_1 = 121 \text{ см}$; $H_2 = 100 \text{ см}$; $L_1 = 220 \text{ см}$; $L_2 = 24 \text{ см}$; Пусть t_1 и t_2 время полёта от верхней точки траекторий до пола. Тогда для скоростей по вертикали до и после удара: $u_1 = gt_1$; $u_2 = gt_2$. Скорости же по горизонтали $v_1 = L_1/2t_1$ и $v_2 = L_2/2t_2$. Поскольку $H_1 = gt_1^2/2$ и $H_2 = gt_2^2/2$, то отсюда найдём все указанные скорости.

При «мгновенном» ударе сила нормального давления N много больше силы тяжести и изменение импульса мяча по вертикали $m(u_1 + u_2) = N\tau$, где τ время контакта при ударе. Сила трения при проскальзывании $F = \mu N$, тогда изменение импульса по горизонтали за время контакта $m(v_1 - v_2) = F\tau = \mu N\tau$. Отсюда получаем $\mu(u_1 + u_2) = v_1 - v_2$, а $\mu = (v_1 - v_2)/(u_1 + u_2)$ и окончательно $\mu = (L_1/\sqrt{H_1} - L_2/\sqrt{H_2})/4(\sqrt{H_1} + \sqrt{H_2}) \cong 0,210$

Ответ: $\mu \cong 0,210$ или $0,210$

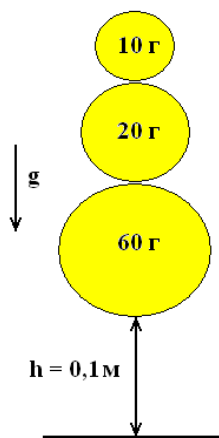
5. Точечный груз веса P висит на нерастяжимой нити длины $L = 55$ см. На груз начинает действовать постоянная в дальнейшем горизонтальная сила $F = P/3$. Какова наибольшая высота подъёма груза (в см) при возникших колебаниях?



Возможное решение

В крайних точках скорость нулевая, тогда суммарная работа нулевая и $Fx = Ph$, где x смещение по горизонтали. Из теоремы Пифагора $(L - h)^2 + x^2 = L^2$. Отсюда при заданном отношении сил находим $h = L/5 = 11 \text{ см}$.

Ответ: $h = 11 \text{ см}$.



6. Три шара указанных на рис. масс удерживают на высоте $h = 0,1$ м над полом. Их центры на одной вертикали, между шарами есть малые зазоры. Все шары одновременно отпускают. На какую наибольшую высоту (в м) от начального положения поднимется верхний шар, если все столкновения упругие, а временем столкновений можно пренебречь? Влияние воздуха не учитывать.

Возможное решение

Исходно шары падают с сохранением зазоров, вплоть до столкновения нижнего шара с полом. Скорости их перед ударом v , $v^2 = 2gh$. После упругого отражения от пола скорость нижнего шара изменит направление на противоположное, оставаясь прежней по величине. После этого происходит упругое столкновение нижнего и среднего шара, скорости которых одинаковы по величине и направлены навстречу друг другу. Из сохранения импульса и энергии имеем уравнения для скоростей после столкновения (v скорость до, u и w после столкновения)

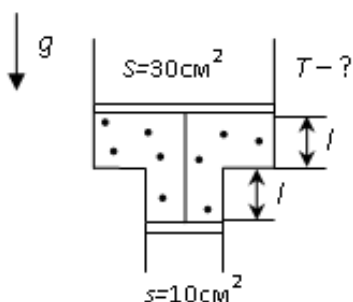
$$(M - m)v = mu + Mw; (M + m)v^2/2 = mu^2/2 + Mw^2/2,$$

при заданных массах уравнения сводятся к следующим:

$$2v = u + 3w; 4v^2 = u^2 + 3w^2.$$

Откуда $u = 2v$; $w = 0$! То есть нижний шарик останется неподвижным на полу, а средний начнёт подниматься вверх со скоростью $u = 2v$ и столкнётся с верхним шариком имеющим скорость v , направленную вниз. Из сохранения импульса и энергии для этого столкновения при соотношении масс 2 к 1 получим, что и средний шарик остановится, а верхний полетит в вверх со скоростью $3v$. Такая скорость отвечает высоте подскока на $9v^2/2g = 9h$. Поскольку от исходного положения верхний шарик к моменту удара опустился на h , то высота подъёма от начального положения $H = 8h = 0,8$ м.

Ответ: $H = 0,8$ м или $0,8$



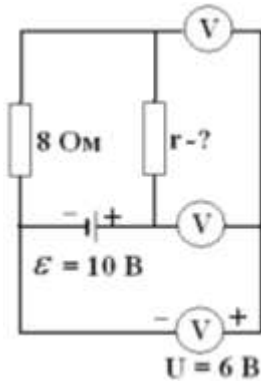
7. Вертикальная составная труба открыта сверху и снизу. Поршни в трубе соединены стержнем и находятся в равновесии. При температуре газа между поршнями $T_0 = 300$ К высота отсека сечения $S = 30$ см² равна высоте отсека сечения $s = 10$ см². При медленном повышении температуры газа поршни поднимались, пока нижний поршень не поднялся чуть выше дна верхнего отсека трубы. Часть газа вышла через образовавшийся зазор. Когда между поршнями осталось 90% от исходного количества молей газа, зазор исчез. Найдите конечную температуру газа.

Возможное решение

Раз поршни в равновесии, то суммарная сила давления газа $P(S - s)$ равна сумме остальных вертикальных сил – силы тяжести и сил атмосферно-

го давления. Эти силы постоянны, то есть начальное и конечное давления газа одинаковы. Из уравнения состояния газа для начального и конечного состояний $P(S + s)l = \nu RT_0$, $2PSl = 0,9\nu RT$ $T = 2ST_0/0,9(S + s) = 500$ К.

Ответ: $T = 500$ К



8. В схему включены три одинаковых вольтметра с большим внутренним сопротивлением, идеальная батарея с ЭДС $\varepsilon = 10$ В и резисторы, один с сопротивлением $r_1 = 8$ Ом и другой с неизвестным сопротивлением r . Найдите r , если нижний вольтметр показывает напряжение $U = 6$ В. Его полярность указана на схеме.

Возможное решение

Нумеруем вольтметры снизу вверх, напряжение на нижнем $U_1 = U$. Тогда $U_1 + U_2 = \varepsilon$, и $U_2 = \varepsilon - U_1 = 4$ В. Ток через нижний вольтметр складывается из токов через два верхних: $i_1 = i_2 + i_3$. При одинаковых сопротивлениях вольтметров тогда $U_1 = U_2 + U_3$, и тогда $U_3 = 2$ В. Напряжение на первом резисторе $I_1 r_1 = U_3 + U_1 = 8$ В, а тогда ток $I_1 = 1$ А. Ток, идущий через второй резистор, $I_2 = I_1 - i_3 = I_1 - U_3/R$, где R сопротивление вольтметра. Поскольку оно велико, то можно считать $I_2 \cong I_1 = 1$ А. Так как напряжение на втором резисторе $I_2 r = U_2 - U_3$, то $r \cong 2$ Ом.

Ответ: 2 Ом.

9. Твёрдую двуокись углерода называют сухим льдом, потому что он превращается в газ, минуя жидкое состояние. В любом месте с единицы поверхности сухого льда испаряется за единицу времени одна и та же масса q углекислого газа CO_2 . Кубик сухого льда со стороной L , подвешенный на нити, полностью испаряется за время $t_0 = 45$ минут. Через сколько минут испарится подвешенный на нити цилиндр радиуса $R = 3L$ и высоты $H = 4L$?

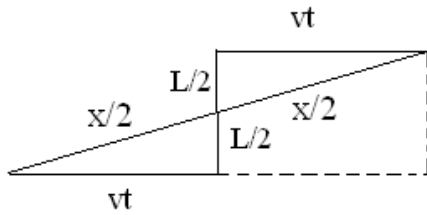
Возможное решение

Рассмотрим малый участок поверхности площади S . За малое время dt с него испарится масса $dm = qSdt$. Пусть толщина испарившегося слоя dh , тогда объём испарившегося льда $dV = Sdh = dm/\rho$, где ρ плотность сухого льда. Отсюда $qSdt/\rho = Sdh$ и тогда $dh/dt = q/\rho$, то есть граница льда движется с постоянной скоростью $u = q/\rho$ по перпендикуляру к поверхности. Из-за этого грани кубика приближаются к его центру со скоростью u , а кубик полностью испарится за время $t_0 = L/2u$.

Что произойдёт с цилиндром? Его торцы приближаются к центру со скоростью u и радиус сокращается с той же скоростью. Радиус дошёл бы до нуля за время $R/u = 3L/u$, но высота цилиндра дойдёт до нуля раньше за время $t = H/2u = 2L/u$. Это время в четверо больше t_0 , то есть $t = 180$ минут.

Ответ: 180 минут

10. Две шайбы массы $m = 200$ г каждая связаны нитью длины $L = 50$ см и движутся по кругу на льду. Натяжение нити равно $T = 15$ Н. В некоторый момент нить разорвалась. Найти расстояние между шайбами (в см) через время $t = 0,1$ с после разрыва. Трением и размером шайб пренебречь.



Возможное решение

Вращение происходит вокруг центра масс по окружности радиуса $R = L/2$. При скорости v ускорение $a = v^2/R$. Из 2-го закона Ньютона в применении к одному из тел имеем $ma = T$; откуда находим $v^2 = TR/m = TL/2m$. После разрыва нити тела летят перпендикулярно отрезку L в противоположные стороны и за искомое t смещаются на vt (рис.). Таким образом искомое расстояние x равно гипотенузе в прямоугольном треугольнике с катетами L и $2vt$. Из теоремы Пифагора

$$x^2 = L^2 + 4(vt)^2 = L^2 + 2TLt^2/m = 1 \text{ м}^2 \text{ и } x = 100 \text{ см.}$$

Ответ: 100 см

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов. Если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице решение уже не проверяется!

№ задачи	Ответ
1.	63,7 м или 63,7
2.	T = 22,5 Н или 22,5
3.	$a_x = 7 \text{ м/с}^2$; $a_y = 7,7 \text{ м/с}^2$ или 7 м/с^2; $7,7 \text{ м/с}^2$
4.	$\mu \cong 0,210$ или 0,210
5.	h = 11 см или 11
6.	H = 0,8 м или 0,8
7.	500К
8.	2 Ом
9.	180 минут
10.	100 см или 100