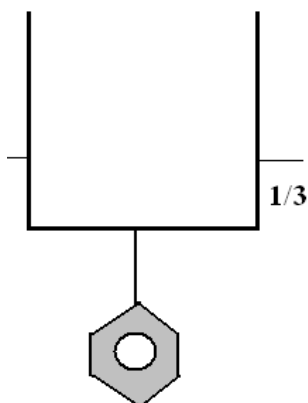


**Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2015-2016 решения 10 класс**

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,59 округляется до 329; 1,006 – до 1,01. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.



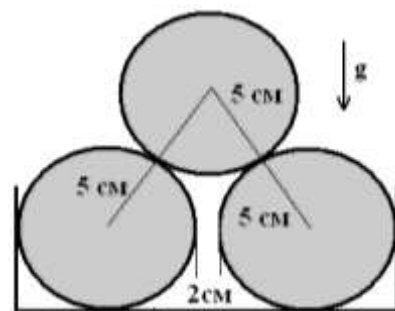
1. Пустая банка плавает в воде, погрузившись в неё на одну четверть объёма. Если поместить пластмассовую гайку в банку, то банка плавает, погрузившись в воду на половину. Если гайка, привязанная к банке на нити, опущена в воду и не достаёт дна, то банка погружена в воду на треть. Во сколько раз плотность материала гайки больше плотности воды?

Возможное решение

Масса банки равна массе вытесненной воды $m = \rho_0 V_0/4$, где V_0 объём банки. Масса гайки m равна массе банки, поскольку при гайке в банке удваивается вытесненный объём. В последнем случае суммарный вытесненный объём $V + V_0/3 = V_0/2$ – ведь общая масса не изменилась. Тогда объём гайки $V = V_0/2 - V_0/3 = V_0/6$, а $\rho = m/V = (3/2)\rho_0$ или $\rho/\rho_0 = 1,5$.

Ответ: 1,5

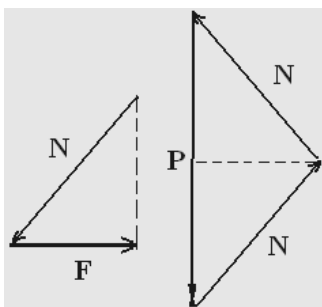
2. В лотке лежат три однородных цилиндра радиуса $r = 5$ см и веса $P = 400$ Н каждый с зазором $d = 2$ см между нижними цилиндрами. С какой силой F (в Н) они давят на вертикальные стенки лотка, если трение пренебрежимо мало?



Возможное решение

В равнобедренном треугольнике с вершинами в центрах цилиндров боковые стороны $2r = 10$ см, а основание $L = 2r + d = 12$ см. Найдём из теоремы Пифагора высоту этого треугольника: $h = 8$ см.

Сила нормального давления со стороны верхнего цилиндра на левый N направлена по прямой, соединяющей центры этих цилиндров. Горизонтальная составляющая силы N уравновешена силой давления F со стороны стенки. Из подобия треугольника сил половине равнобедренного треугольника со сторонами $2r$ и L имеем $F/N = L/4r$ (рис.слева). Из равновесия верхнего цилиндра



имеем $N/P = 2r/2h$, силы нормального давления со стороны левого и правого цилиндра одинаковы по величине и направлены, как показано на рис. справа. Тогда $F = LP/4h = 150 \text{ Н}$.

Ответ: $F = 150 \text{ Н}$ или 150 .



3. Если открытый ящик движется по горизонтали вправо со скоростью $v_1 = 1,5 \text{ м/с}$, то капли дождя ударяют по всей левой стенке, но не попадают прямо на дно. Когда скорость снизили до $v_2 = 1 \text{ м/с}$, то под ударами капель оказалась половина дна ящика от левой стенки. Какая часть дна окажется под ударами капель, если скорость снизить до $v_3 = 0,5 \text{ м/с}$? А если ящик остановить? Капли летят с одинаковой по величине и направлению скоростью.

Возможное решение

Граничный случай – капля пролетает через верхнюю точку правой стенки. Время полёта до дна t во всех случаях одинаково, оно определяется вертикальной скоростью капль и не зависит от горизонтальной скорости ящика. Расстояние от правой стенки до места падения на дно в первом случае $v_1 t - ut = L$, где u скорость капли по горизонтали, а L длина дна. Во втором случае $v_2 t - ut = L/2$. Отсюда находим $u = 2v_2 - v_1 = 0,5 \text{ м/с}$, а $ut = L/2$. В третьем случае $v_3 = 0,5 \text{ м/с} = u$ граничная капля попадает на дно у передней стенки, то есть **всё дно** оказывается под ударами капель. Для неподвижного ящика от прямого попадания защищает уже левая стенка, и граница попадания находится от неё на расстоянии $ut = L/2$. То есть под ударами оказывается **половина дна**.

Ответ: всё дно; половина дна (или 1; 1/2).

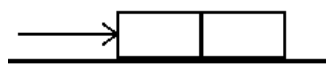


4. Два резиновых шнура соединены в один. Он привязан двумя концами к стене и проходит через легкий блок без трения. Длина первого шнура в нерастянутом состоянии $L_1 = 95 \text{ см}$, жёсткость $k_1 = 0,9 \text{ Н/см}$, второго $L_2 = 105 \text{ см}$ и $k_2 = 1,1 \text{ Н/см}$. С какой силой F (в Н) надо тянуть за блок, чтобы длины растянутых шнуров стали равны? Найдите эту длину в см.

Возможное решение

Для блока без трения натяжения верхней и нижней частей шнура одинаковы и равны $F/2$. Из закона Гука тогда $k_1(L - L_1) = F/2$ и $k_2(L - L_2) = F/2$, где L искомая длина. Исключая F , находим $L = (k_2 L_2 - k_1 L_1)/(k_2 - k_1) = 150 \text{ см}$; а тогда $F = 2k_2 k_1 (L_2 - L_1)/(k_2 - k_1) = 99 \text{ Н}$.

Ответ: 99 Н; 150 см или 99; 150.



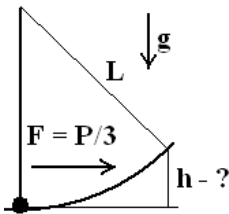
5. Бруски равных масс стоят на горизонтальном полу, соприкасаясь друг с другом. Когда их толкнули вправо со скоростью v_0 , первый остановился, пройдя расстояние $L_1 = 60 \text{ см}$, а

второй – расстояние $L_2 = 40$ см. Какие расстояния x_1 и x_2 до остановки они прошли бы, если их с той же скоростью толкнуть влево?

Возможное решение

Расхождение брусков происходит из-за различия ускорений при торможении, вызванного различием коэффициентов трения: $a_1 = \mu_1 g < a_2 = \mu_2 g$. Тогда $2\mu_1 g L_1 = v_0^2$; $2\mu_2 g L_2 = v_0^2$. При толчке влево соприкосновение брусков не исчезнет вплоть до остановки, у них будут одинаковые ускорения и пройденные расстояния $x_1 = x_2 = x$. Ускорение, найденное в этом случае из 2-го закона Ньютона $2ma = (\mu_1 + \mu_2)mg$ и $a = (\mu_1 + \mu_2)g/2$. Поскольку $(\mu_1 + \mu_2)gx = v_0^2$, то с учётом предыдущих соотношений $x = 2L_2 L_1 / (L_2 + L_1) = 48$ см

Ответ: $x_1 = x_2 = 48$ см.

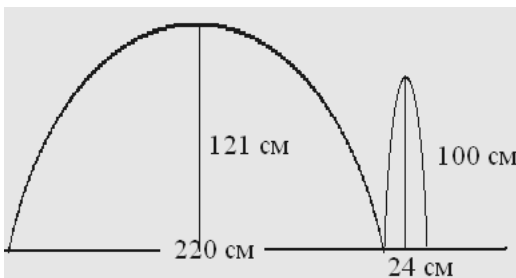


6. Точечный груз веса P висит на нерастяжимой нити длины $L = 55$ см. На груз начинает действовать постоянная в дальнейшем горизонтальная сила $F = P/3$. Какова наибольшая высота подъёма груза (в см) при возникших колебаниях?

Возможное решение

В крайних точках скорость нулевая. Поэтому суммарная работа нулевая, то есть $Fx = Ph$, где x смещение по горизонтали. Из неизменности длины нити $(L - h)^2 + x^2 = L^2$. Отсюда при заданном отношении сил находим $h = L/5 = 11$ см.

Ответ: $h = 11$ см.



7. На рисунке даны горизонтальные и вертикальные размеры отрезков траектории центра мяча до и после удара о пол. Найдите коэффициент трения между полом и мячом, если мяч не вращается. Столкновение считать почти мгновенным. Влиянием воздуха пренебречь.

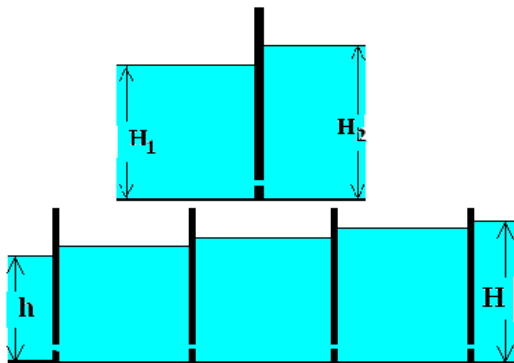
Возможное решение

По рисунку в условии вертикальные и горизонтальные размеры следующие $H_1 = 121$ см; $H_2 = 100$ см; $L_1 = 220$ см; $L_2 = 24$ см; Пусть t_1 и t_2 время полёта от верхней точки траекторий до пола. Тогда для скоростей по вертикали до и после удара: $u_1 = gt_1$; $u_2 = gt_2$. Скорости же по горизонтали $v_1 = L_1/2t_1$ и $v_2 = L_2/2t_2$. Поскольку $H_1 = gt_1^2/2$ и $H_2 = gt_2^2/2$, то отсюда найдём все указанные скорости.

При «мгновенном» ударе сила нормального давления N много больше силы тяжести и изменение импульса мяча по вертикали $m(u_1 + u_2) = N\tau$, где τ время контакта при ударе. Сила трения при проскальзывании $F = \mu N$, тогда

изменение импульса по горизонтали за время контакта $m(v_1 - v_2) = F\tau = \mu N\tau$. Отсюда получаем $\mu(u_1 + u_2) = v_1 - v_2$, а $\mu = (v_1 - v_2)/(u_1 + u_2)$ и окончательно $\mu = (L_1/\sqrt{H_1} - L_2/\sqrt{H_2})/4(\sqrt{H_1} + \sqrt{H_2}) \cong 0,210$.

Ответ: $\mu \cong 0,210$ или $0,210$



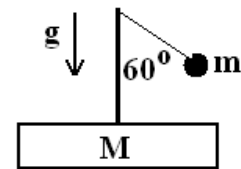
8. Канал между двумя озёрами перекрыт четырьмя щитами с отверстием внизу. В установившемся режиме уровни воды в озёрах h и H и в отсеках между щитами остаются постоянными. Объём ежесекундно проходящей через отверстие щита воды $q = \alpha\sqrt{H_2 - H_1}$, где H_2 и H_1 уровни воды справа и слева от щита, а коэффициент α

одинаков для всех щитов. Во сколько раз возрастёт объёмный расход q , если вынуть два средних щита?

Возможное решение

В установившемся режиме объёмный расход q через отверстия во всех щитах один и тот же, а поэтому один и тот же перепад уровней ΔH на каждом щите. При 4 щитах поэтому $\Delta H = (H - h)/4$, а при 2 перепад $\Delta H = (H - h)/2$. Так как объёмный расход пропорционален корню квадратному из перепада уровня на одном щите, то он возрастёт в $\sqrt{2}$ раз $\cong 1,41$.

Ответ: $\sqrt{2} \cong 1,41$.



9. Шар массы $m = 100$ г привязан нитью к штативу массы $M = 400$ г и вращается вокруг вертикальной оси так, что нить образует угол 60° с вертикалью. При каком наименьшем коэффициенте трения между столом и штативом, штатив останется в равновесии?

Возможное решение

Ускорение шара горизонтально и вызывается горизонтальной составляющей натяжения нити T_x . Раз сумма сил по вертикали ноль, то вертикальная составляющая натяжения нити $T_y = mg$. Поскольку натяжение направлено вдоль нити, то $T_x = mgtg60^\circ = mg\sqrt{3}$. Сила нормального давления со стороны стола на штатив $N = Mg + T_y = (M + m)g$. Горизонтальная сила со стороны нити на штатив уравнивается силой трения и $T_x = \mu N$ в граничном случае. Отсюда $\mu = m\sqrt{3}/(M + m) = \sqrt{3}/5 \cong 0,342$.

Ответ: $\mu = \sqrt{3}/5 \cong 0,342$ или $0,342$

10. Твёрдую двуокись углерода называют сухим льдом, потому что он превращается в газ, минуя жидкое состояние. В любом месте с единицы поверхности сухого льда испаряется за единицу времени одна и та же масса q углекислого газа CO_2 . Кубик сухого льда со стороной L , подвешенный на ни-

ти, полностью испаряется за время $t_0 = 45$ минут. Через сколько минут испарится подвешенный на нити цилиндр радиуса $R = 3L$ и высоты $H = 4L$?

Возможное решение

Рассмотрим малый участок поверхности площади S . За малое время dt с него испарится масса $dm = qSdt$. Пусть толщина испарившегося слоя dh , тогда объём испарившегося льда $dV = Sdh = dm/\rho$, где ρ плотность сухого льда. Отсюда $qSdt/\rho = Sdh$ и тогда $dh/dt = q/\rho$, то есть граница льда движется с постоянной скоростью $u = q/\rho$ по перпендикуляру к поверхности. Из-за этого грани кубика приближаются к его центру со скоростью u , а кубик полностью испарится за время $t_0 = L/2u$.

Что произойдёт с цилиндром? Его торцы приближаются к центру со скоростью u и радиус сокращается с той же скоростью. Радиус дошёл бы до нуля за время $R/u = 3L/u$, но высота цилиндра дойдёт до нуля раньше за время $t = H/2u = 2L/u$. Это время вчетверо больше t_0 , то есть $t = 180$ минут.

Ответ: 180 минут

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов. Если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице решение уже не проверяется!

№ задачи	Ответ
1.	1,5
2.	F = 150 Н или 150
3.	всё дно; половина дна (или 1; 1/2).
4.	99 Н; 150 см или 99; 150
5.	$x_1 = x_2 = 48$ см или перемещения равны 48 см
6.	h = 11 см или 11
7.	$\mu \cong 0,210$ или 0,210
8.	$\sqrt{2} \cong 1,41$
9.	$\mu = \sqrt{3/5} \cong 0,342$ или 0,342
10.	180 минут или 180