

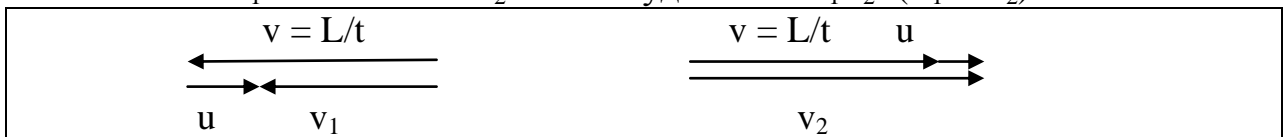
Задача оценивается в 5 баллов только при наличии полного решения и правильного ответа в указанных в условиях единицах. Если ответом в задаче является несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Ответ должен быть внесён в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.

1. Вдоль железной дороги в противоположных направлениях движутся два автомобиля. Первый едет от станции А до станции В время $T_1 = 30$ минут, а второй – от В до А время $T_2 = 20$ минут. Однако, оба они за одинаковое время $t = 16$ с проехали мимо поезда длины $L = 400$ м. Каково в метрах расстояние между станциями? Скорости автомобилей и поезда постоянны.

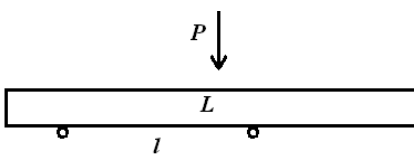
Возможное решение

Пусть скорости автомобилей v_1 и v_2 , а поезда u . Тогда для первого автомобиля, едущего навстречу поезду, время проезда $t = L/(v_1 + u)$. Таково же время проезда и для второго автомобиля, обгоняющего поезд, и $t = L/(v_2 - u)$. Отсюда $L/t = v_1 + u$ и $L/t = v_2 - u$, это можно получить и сразу, исходя из равенства скоростей относительно поезда (см. схему внизу).

Если искомое расстояние x , то: $v_1 = x/T_1$; $v_2 = x/T_2$. Таким образом $L/t = x/T_1 + u$ и $L/t = x/T_2 - u$. Откуда $x = 2LT_1T_2/t(T_1 + T_2) = 3600$ м.



Ответ: 3600 м.

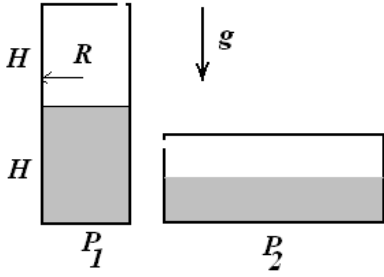


2. Однородная балка веса $P = 800$ Н и длины $L = 2,4$ м лежит горизонтально на двух стержнях. Какова наибольшая возможная нагрузка на один из стержней (в ньютонах), если расстояние между ними $l = 1,6$ м? 1 м?

Решение

Нагрузка на стержни зависит от положения центра балки. Пусть он находится на расстоянии x от левого стержня. Тогда из равновесия моментов сил относительно этого стержня имеем $Nl = Px$ и $N = Px/l$. Наибольшему возможному x отвечает наибольшая нагрузка N на правый стержень. В первом случае $x_{\max} = L/2$ (левый конец балки дошёл до левого стержня, а центр балки находится между стержнями). Во втором случае $x_{\max} = l$ (центр балки дошёл до правого стержня, а левый конец балки левее левого стержня). Итак в первом случае $N = PL/2l = 600$ Н, а во втором $N = P = 800$ Н.

Ответ: 600 Н; 800 Н.



3. Бочка высоты $2H$ и радиуса $R = H/2$ заполнена неизвестной жидкостью наполовину. При этом большее давление в жидкости $P_1 = 1,21 \cdot 10^5$ Па. Когда бочку положили на бок, то наибольшее давление стало $P_2 = 1,13 \cdot 10^5$ Па. Найдите давление воздуха P в паскалях.

Решение

$$P_1 = P + \rho gH; P_2 = P + \rho gR = P + \rho gH/2; P = 2P_2 - P_1 = 1,05 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Ответ: $1,05 \cdot 10^5$ Па.

4. По горизонтальному столу со скоростью $v_0 = 12$ м/с двигалось тело. Слетев с него, оно ударилось о пол со скоростью $v = 13$ м/с. Какое время (в секундах) тело пролетело до удара? Ускорение свободного падения g округлить до 10 м/с². Влиянием воздуха пренебречь.

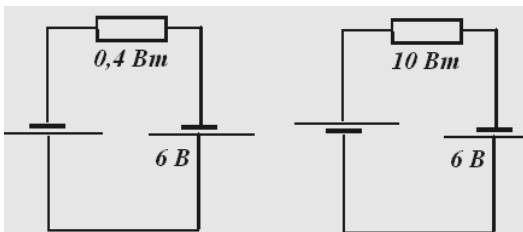
Решение

$$v^2 = v_0^2 + (gt)^2; t = 0,5 \text{ с.}$$

Ответ: 0,5 с.

5. Основное свойство радиоактивного распада в том, что доля распавшихся за определённое время ядер не зависит от их количества. За один год распалось 36% от исходного количества ядер. Какой процент ядер распадается за 1/2 года? За 2 года? Ответ округлите до целого числа процентов.

Ответ: 20%; 59%.

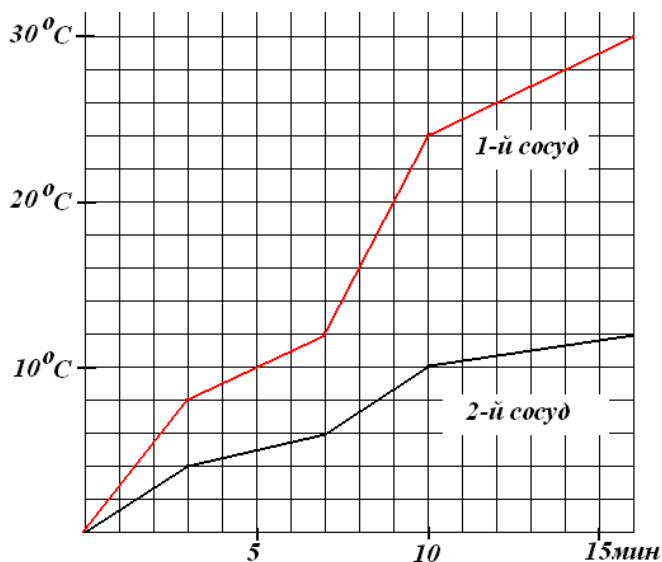


6. К резистору подключили две батареи с малым внутренним сопротивлением. В зависимости от схемы соединения на резисторе выделяется мощность $N_1 = 0,4$ Вт или $N_2 = 10$ Вт. Напряжение на правой батарее $U_1 = 6$ В. Какими могут быть значения напряжения на левой? Ответ в вольтах.

Решение

Общая формула мощности $N = RI^2$. В правой схеме напряжения батарей складываются. Так как $U_1 + U_2 = RI$, то $N_2 = (U_1 + U_2)^2/R$. В левой схеме напряжения батарей встречные и направление тока зависит от того, на какой батарее большее напряжение. Поэтому возникнут два решения! Для мощности в любом случае $N_1 = (U_1 - U_2)^2/R$. Тогда $N_2/N_1 = (U_1 + U_2)^2/(U_1 - U_2)^2 = 25$ и $(U_1 + U_2)/(U_1 - U_2) = \pm 5$. Откуда $U_2 = 4$ В или $U_2 = 9$ В.

Ответ: 9 В; 4 В.

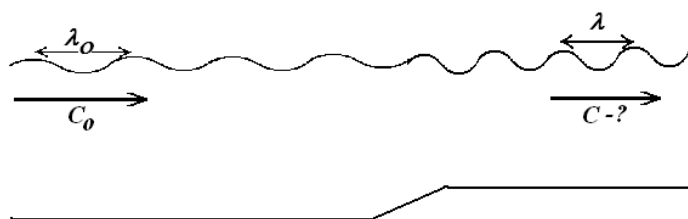


7. В двух сосудах находилась вода с начальной температурой 0°C . В них на 3 минуты включили нагреватели с одинаковой мощностью. Затем мощности стали менять. Зависимость температуры воды от времени в этих сосудах указана на графике. Известно, что наименьшая мощность нагревателя во втором сосуде $N_{\min} = 25$ Вт. Какова наибольшая мощность нагревателя в первом сосуде? Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. Ответ в ваттах.

Решение

По участку графиков нагрева за время от 0 до 3 минут можно сделать вывод, что теплоёмкости сосудов отличаются в 2 раза: $N_0\Delta t = C_1\Delta T_1 = C_2\Delta T_2$. Мощность $N = C\Delta T/\Delta t$ можно определить по наклону графика. Для 2-го сосуда наибольший наклон совпадает с наклоном начального участка, который в 4 раза больше более пологого участка. Поэтому наибольшая мощность для нагревателя во 2-м сосуде $N_0 = 4N_{\min} = 100$ Вт. Для первого сосуда наибольший наклон $\Delta T/\Delta t$ достигается в интервале времени от 7 до 10 минут и он наклон в 1,5 раз больше начального. Таким образом искомая наибольшая мощность $N = 1,5N_0 = 150$ Вт у нагревателя в 1-м сосуде.

Ответ: 150 Вт.



8. Скорость волн на воде зависит от глубины дна. Пока волна идёт по глубокой воде, расстояние между вершинами волн $\lambda_0 = 10$ м, а её скорость $C_0 = 20$ м/с. Когда она проходит по мелководью, расстояние между вершинами $\lambda = 6$ м. Какова тогда скорость волны на мелководье?

Решение

$$\lambda_0/C_0 = T = \lambda/C; C = (\lambda/\lambda_0)C_0 = 0,6 C_0 = 12 \text{ м/с.}$$

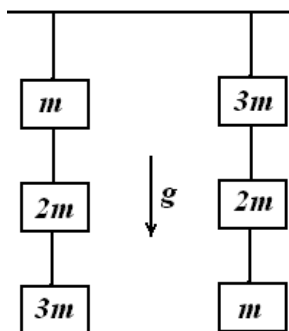
Ответ: 12 м/с.

9. С первого этажа многоэтажного дома поднимаются два жильца. Оба идут по лестнице с постоянными скоростями. Первый начал подъём на 30 секунд раньше второго. Но до второго этажа он добрался раньше второго лишь на 28 секунд. На каком этаже второй жилец догонит первого?

Решение

$$T_1 + h/v - h/u = T_2; T_1 + H/v - H/u = 0; N = H/h + 1 = T_1/(T_1 - T_2) + 1 = 16.$$

Ответ: 16.



10. Грузы, одинаковых размеров и указанных на рисунке масс, связаны одинаковыми упругими резинками и подвешены к потолку на таких же резинках. Тщательные измерения показали, что средний груз справа выше на $h = 8$ мм среднего груза слева. Насколько миллиметров нижний груз справа выше нижнего груза слева?

Решение

Сила натяжения пропорциональна удлинению резинки $T = kx$. Самые верхние резинки растягиваются одинаковой силой, отвечающей суммарной массе $6m$. Поэтому $h = x_2 - x_1$, где x_2 и x_1 удлинение вторых сверху резинок справа и слева. $kx_2 = 5mg$, $kx_1 = 3mg$. Для нижних резинок имеем $kx_3 = 3mg$, $kx_4 = mg$. Тогда искомое $H = x_2 - x_1 + x_3 - x_4 = 2h = 16$ мм.

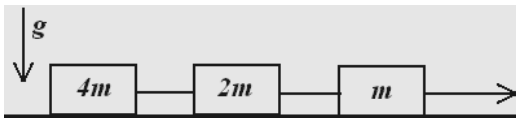
Ответ: 16 мм.

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов, если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице решение уже не проверяется!

№ задачи	Ответы
1.	3600 м (здесь и далее указанные в условии единицы измерения могут быть опущены)
2.	600 Н; 800 Н
3.	$1,05 \cdot 10^5$ Па
4.	0,5 с
5.	20%; 59%
6.	9 В; 4 В
7.	150 Вт
8.	12 м/с
9.	16
10.	16 мм

**Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2014-2015
11 класс**

Задача оценивается в 5 баллов только при наличии полного решения и правильного ответа в указанных в условиях единицах. Ответ в общем виде представляется в системе СИ. Если ответом в задаче является несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Ответ должен быть внесён в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.

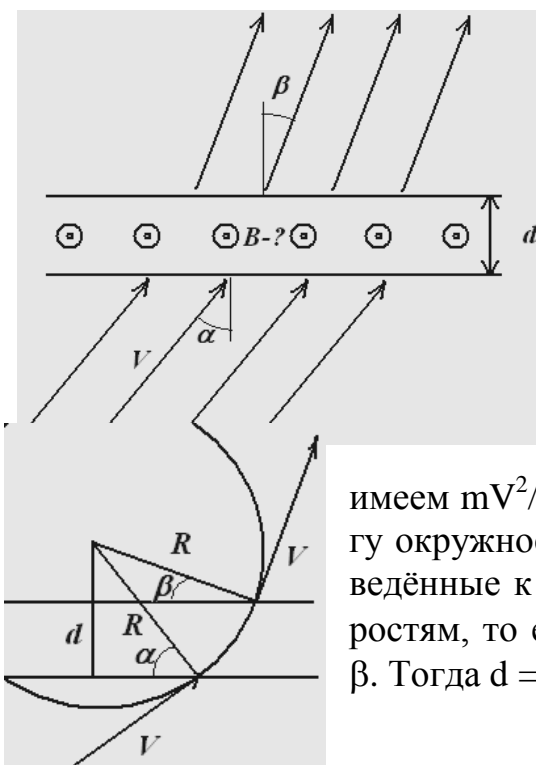


1. Три тела, указанных на рисунке масс, связаны нерастяжимыми невесомыми нитями. Под действием силы F , приложенной к телу массы m , система двигалась вправо. Коэффициенты трения тела массы m с полом $\mu_1 = 0,4$, а тела массы $2m$ – $\mu_2 = 0,2$. Найдите наименьшее значение коэффициента трения тела массы $4m$ с полом, при котором нити останутся натянутыми после прекращения действия силы F .

Решение

Если нити натянуты, то ускорения тел одинаковы, из 2-го закона Ньютона в применении ко всей системе $a = (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2 + \mu_3 m_3)g / (m_1 + m_2 + m_3)$. Из 2-го закона Ньютона в применении к m_1 : $m_1 a = \mu_1 m_1 g + T_1$ находим натяжение правой нити $T_1 = m_1 a - \mu_1 m_1 g$, а в применении к m_3 : $m_3 a = \mu_3 m_3 g - T_2$ и натяжение левой нити $T_2 = \mu_3 m_3 g - m_3 a$. Условие, что обе нити натянуты, положительность натяжений, то есть $T_1 \geq 0$ и $T_2 \geq 0$. Эти условия после подстановок значений масс дают для μ_3 неравенства: $\mu_3 \geq (6\mu_1 - 2\mu_2)/4 = 0,5$ и $\mu_3 \geq (\mu_1 + 2\mu_2)/3 = 8/30$. Так как второе число меньше, то ответ $\mu_3 = 0,5$.

Ответ: $\mu_3 = 0,5$.



2. Однородное магнитное поле в зазоре d между параллельными плоскостями направлено перпендикулярно плоскости рисунка. Пучок электронов влетает в область поля со скоростью V под углом α с нормалью к границе области, а вылетает под углом β . Найдите величину вектора магнитной индукции B . Заряд электрона $-e$, масса m .

Решение

При скорости, перпендикулярной магнитному полю, траектория электрона окружность. Из 2-го закона Ньютона и выражения магнитной силы имеем $mV^2/R = eVB$, откуда радиус $R = mV/eB$. Рассмотрим дугу окружности между граничными плоскостями. Радиусы, проведённые к точкам пересечения границ, перпендикулярны скоростям, то есть образуют с граничными плоскостями углы α и β . Тогда $d = R(\sin\alpha - \sin\beta)$; а $B = mV(\sin\alpha - \sin\beta)/ed$.

Ответ: $B = mV(\sin\alpha - \sin\beta)/ed$.

3. В начальный момент покоящиеся позитрон и два протона находятся в вершинах равностороннего треугольника. Их одновременно отпускают и они разлетаются. Найдите отношение кинетических энергий позитрона и одного из протонов после разлёта. Масса позитрона равна массе электрона, а заряд равен заряду протона. Значение масс протона и электрона отыщите в литературе.

Решение

Масса протона примерно в 2000 раз больше массы электрона, а то есть и позитрона. Поэтому разлёт можно считать происходящим в два этапа. 1-й этап. Позитрон быстро улетает на очень большое расстояние, а протоны остаются практически на месте. 2-й этап. Покинутые позитроном протоны разлетаются друг от друга уже без влияния позитрона. Из применения сохранения энергии к 1-му этапу имеем $K_{\text{позитрон}} = 2e^2/4\pi\epsilon_0 r$; а в применении к 2-му этапу $2K_{\text{протон}} = e^2/4\pi\epsilon_0 r$. Откуда $K_{\text{позитрон}}/K_{\text{протон}} = 4$.

Ответ: 4.

4. Отыщите в справочной литературе плотности золота и серебра при 20°C. У какого из веществ объём, приходящийся на один атом больше? На какую долю в процентах? Результат округлите до одной значащей цифры.

Решение

$\mu_{\text{Ag}} = 107,88$; $\mu_{\text{Au}} = 197,2$; $N_A V_{\text{Ag}} = \mu_{\text{Ag}}/\rho_{\text{Ag}} = 10,28 \text{ см}^3$; $N_A V_{\text{Au}} = \mu_{\text{Au}}/\rho_{\text{Au}} = 10,21 \text{ см}^3$; $\Delta V/V = 0,7\%$.

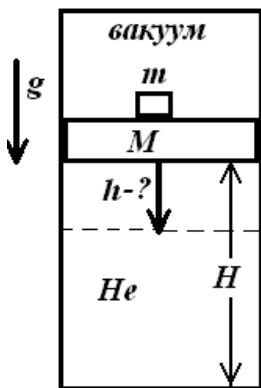
Ответ: У серебра больше на 0,7%.

5. Шарик массы m после упругого удара с исходно неподвижным телом отскочил назад со скоростью $u = 0,99v$, где v его начальная скорость. Какова масса тела?

Решение

Из сохранения импульса с учётом направлений: $m(v + u) = Mw$. Из сохранения энергии: $m(v^2 - u^2) = Mw^2$. Возведём первое уравнение в квадрат и поделим на второе, тогда $M = m(v + u)/(v - u) = 199m$.

Ответ: 199m.



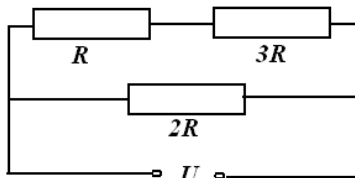
6. Поршень массы M удерживается в равновесии гелием на высоте H от дна цилиндра. На поршень сверху положили груз массы m . Насколько после этого опустится поршень? Над поршнем вакуум, трения со стенками цилиндра нет, теплообменом гелия с цилиндром и поршнем пренебречь.

Решение

Внутренняя энергия гелия $U = (3/2)vRT = (3/2)PV$. В начальном состоянии тогда $U_0 = (3/2)P_0V_0 = (3/2)MgH$, а в конечном $U = (3/2)(M + m)g(H - h)$. При отсутствии теплообмена приращение внутренней энергии гелия равно убыли потенциальной энергии поршня с грузом в поле тяжести: $U - U_0 = (M + m)gh$.

Откуда $h = 3mH/5(M + m)$.

Ответ: $h = 3mH/5(M + m)$.

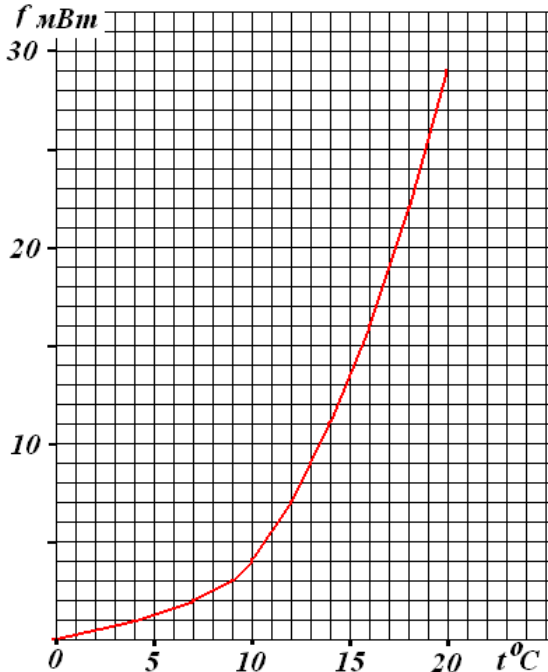


7. Найдите отношение максимальной мощности, выделяющейся на одном из резисторов, к минимальной. Сопротивления резисторов указаны на схеме.

Решение

$$U^2/2R : (1/4)U^2/4R = 8.$$

Ответ: 8.



8. Для тепловой изоляции используют многослойный материал, состоящий из листов тонкой фольги, разделённых вспененным веществом. В стационарном режиме поток тепла q через один слой зависит от температур фольги на его границах t_1 и t_2 следующим образом:

$$q = f(t_2) - f(t_1),$$

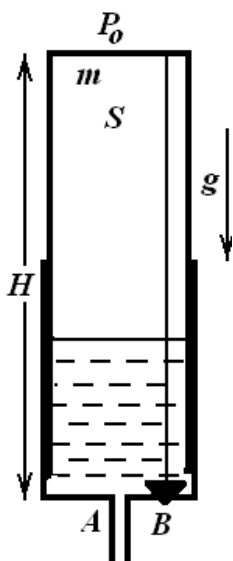
где функция $f(t)$ задана на графике. Определите поток тепла через 50 слоёв, если температуры фольги на границах 9°C и 20°C . Ответ привести в милливаттах.

Решение

В стационарном режиме поток тепла через любой из 50 слоёв один и тот же. Тогда искомый поток $q = \Delta f_1 = \Delta f_2 \dots = \Delta f_{50}$, где Δf_k приращение функции f на k -том слое. Заметим, что

$\Delta f_1 = f(t_1) - f(9^\circ\text{C})$, $\Delta f_2 = f(t_2) - f(t_1)$, $\Delta f_3 = f(t_3) - f(t_2)$, ... $\Delta f_{50} = f(20^\circ\text{C}) - f(t_{49})$, где t_1, t_2, \dots, t_{49} температуры на 49 внутренних листах фольги. Эти температуры заранее неизвестны, но если сложить все приращения, то неизвестные слагаемые сократятся, а в сумме получится $\Delta f = f(20^\circ\text{C}) - f(9^\circ\text{C})$, а тогда искомый поток $q = \Delta f/50 = (f(20^\circ\text{C}) - f(9^\circ\text{C}))/50 = 0,52$ мВт.

Ответ: 0,52 мВт.

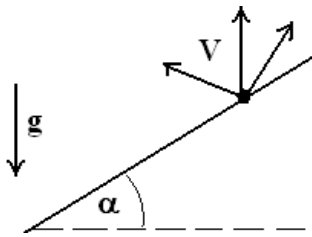


9. Цилиндрическая труба массы $m = 100$ кг, высоты $H = 2,2$ м и сечения $S = 0,1$ м² закрыта сверху. Она вставлена в открытый сверху цилиндр и может двигаться в нём без трения. Исходно труба заполнена воздухом при атмосферном давлении $P_0 = 10^5$ Па. По трубке А в дне цилиндра начинают медленно закачивать жидкость, она не проходит через стык нижнего края трубы и дна цилиндра. При поступлении некоторого объёма жидкости V труба чуть приподнимается и открывается клапан В в дне цилиндра. Найдите объём V в литрах. Температура неизменна. Считать ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Решение

Условие отрыва трубы $PS = mg + P_0S$. Нахождение конечного объёма воздуха $V_k = SH - V$. Выражение неизменности температуры воздуха $PV_k = P_0SH$. Получение уравнения для V : $P_0SH = (P_0 + mg/S)(SH - V)$; нахождение V , формула и число $V = mgHS/(P_0S + mg) = 20$ л.

Ответ: 20 л.



10. На склоне горы с углом наклона α взрывается бомба. Осколки бомбы летят во все стороны с одинаковой начальной скоростью V . Через какое время после взрыва и на каком расстоянии от места взрыва упадет самый последний осколок? Ускорение свободного падения g .

Решение

Для времени падения на наклонную плоскость не существенно движение вдоль неё. Перемещение по перпендикуляру к наклонной плоскости за время полёта равно нулю, то есть $v_n t - g \cos \alpha t^2 / 2 = 0$, где v_n проекция начальной скорости осколка на перпендикуляр к склону, а $-g \cos \alpha$ проекция ускорения на это направление. Отсюда $t = 2v_n / g \cos \alpha$. Наибольшее время получится при $v_n = v$, для осколка, вылетающего перпендикулярно склону. Тогда $t_{\max} = 2v / g \cos \alpha$. Поскольку в этом случае начальная скорость вдоль склона равна нулю, то перемещение вдоль склона $L = g \sin \alpha t_{\max}^2 / 2 = 2v^2 \sin \alpha / g \cos^2 \alpha$. Это и есть расстояние от места взрыва до места падения последнего осколка.

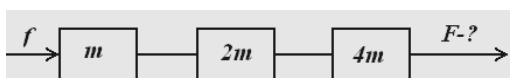
Ответ: $t_{\max} = 2v / g \cos \alpha$; $L = 2v^2 \sin \alpha / g \cos^2 \alpha$.

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов, если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице задача не будет оценена!

№ задачи	Ответ
1.	$\mu_3 = 0,5$ (здесь и далее обозначение искомой величины может быть опущено, как и указанные в условии единицы измерения)
2.	$B = mV(\sin \alpha - \sin \beta) / ed$
3.	4
4.	У серебра больше на 0,7%
5.	199м
6.	$h = 3mH / 5(M + m)$
7.	8
8.	0,52 мВт
9.	20 л
10.	$t_{\max} = 2v / g \cos \alpha$; $L = 2v^2 \sin \alpha / g \cos^2 \alpha$

**Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2014-2015
10 класс**

Задача оценивается в 5 баллов только при наличии полного решения и правильного ответа в указанных в условиях единицах. Если ответом в задаче является несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Ответ должен быть внесён в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.



1. Три тела, указанных на рисунке масс, связаны нерастяжимыми невесомыми нитями. К крайнему левому телу приложена сила f , направленная вправо. При какой наименьшей силе F , приложенной к крайнему правому телу, нити не будут провисать?

Решение

Критическое условие обращение в ноль натяжения нити между масса-ми m и $2m$. При этом ускорения этих масс должны быть равны. То есть $f/m = F/6m$;
 $F = 6f$.

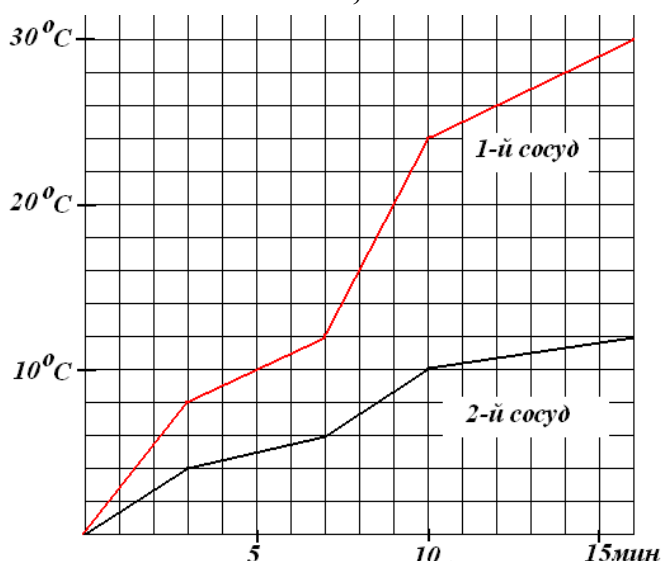
Ответ: $F = 6f$.

2. По горизонтальному столу со скоростью $v_0 = 12$ м/с двигалось тело. Слетев с него, оно ударилось о пол со скоростью $v = 13$ м/с. Какое время тело пролетело до удара? Принять ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Влиянием воздуха пренебречь.

$$v^2 = v_0^2 + (gt)^2; t = 0,5 \text{ с.}$$

Ответ: 0,5 с.

Решение



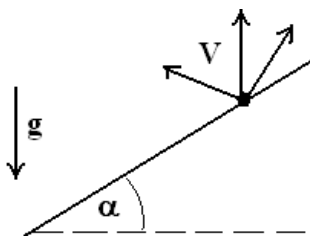
3. В двух сосудах находилась вода с начальной температурой 0° С. В них на 3 минуты включили нагреватели с одинаковой мощностью. Затем мощности стали менять. Зависимость температуры воды от времени в этих сосудах указана на графике. Известно, что наименьшая мощность нагревателя во втором сосуде $N_{\min} = 25$ Вт. Какова наибольшая мощность нагревателя в первом сосуде? Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.

Решение

По участку графиков нагрева за

время от 0 до 3 минут можно сделать вывод, что теплоёмкости сосудов отличаются в 2 раза: $N_0 \Delta t = C_1 \Delta T_1 = C_2 \Delta T_2$. Мощность $N = C \Delta T / \Delta t$ можно определить по наклону графика. Для 2-го сосуда наибольший наклон совпадает с наклоном начального участка, который в 4 раза больше наиболее пологого участка. Поэтому наибольшая мощность для нагревателя во 2-м сосуде $N_0 = 4N_{\min} = 100$ Вт. Для первого сосуда наибольший наклон $\Delta T / \Delta t$ достигается в интервале времени от 7 до 10 минут и он наклон в 1,5 раз больше начального. Таким образом искомая наибольшая мощность $N = 1,5N_0 = 150$ Вт у нагревателя в 1-м сосуде. Наименьшая же мощность у нагревателя в 1-м сосуде равна 37,5 Вт.

Ответ: 150 Вт



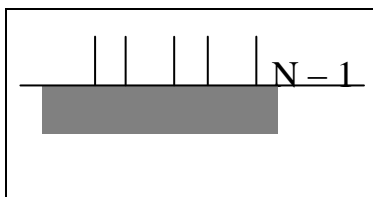
4. На склоне горы с углом наклона α взрывается бомба. Осколки бомбы летят во все стороны с одинаковой начальной скоростью V . Через какое время после взрыва и на каком расстоянии от места взрыва упадёт самый последний осколок? Ускорение свободного падения g .

Решение

Для времени падения на наклонную плоскость не существенно движение вдоль неё. Перемещение по перпендикуляру к наклонной плоскости за время полёта равно нулю, то есть $v_n t - g \cos \alpha t^2 / 2 = 0$, где v_n проекция начальной скорости осколка на перпендикуляр к склону, а $-g \cos \alpha$ проекция ускорения на это направление. Отсюда $t = 2v_n / g \cos \alpha$. Наибольшее время получится при $v_n = v$, для осколка, вылетающего перпендикулярно склону. Тогда $t_{\max} = 2v / g \cos \alpha$. Поскольку в этом случае начальная скорость вдоль склона равна нулю, то перемещение вдоль склона $L = g \sin \alpha t_{\max}^2 / 2 = 2v^2 \sin \alpha / g \cos^2 \alpha$. Это и есть расстояние от места взрыва до места падения последнего осколка.

Ответ: $t_{\max} = 2v / g \cos \alpha$; $L = 2v^2 \sin \alpha / g \cos^2 \alpha$.

5. Брусок плавает в воде. В него втыкают одинаковые стальные иглы. При 99 как угодно воткнутых иглах часть бруска торчит из воды. Наименьшее число игл, при котором брусок погружается ниже уровня воды, $N = 100$. Сколько ещё игл можно воткнуть, чтобы брусок продолжал оставаться на плаву? Плотность стали $\rho = 7,8\rho_0$, где ρ_0 плотность воды. Объёмом воткнутой части иглы и изменением объёма бруска при втыкании игл пренебречь.



Решение

Погружение бруска от втыкания одной иглы, зависит от того, куда она втыкается. Если игла остаётся целиком в воздухе, то масса вытесненной бруском воды равна массе иглы m , а объём погружения бруска увеличится на $v_0 = m / \rho_0$. Если игла целиком в воде, то объём погружения бруска меньше на объём иглы $v = m / \rho$, то есть он тогда равен $m / \rho_0 - m / \rho$. Суммарный вытесненный объём остаётся, конечно,

прежним. Понятно поэтому, что брусок сильнее всего погружается если иглы втыкаются сверху и они целиком в воздухе.

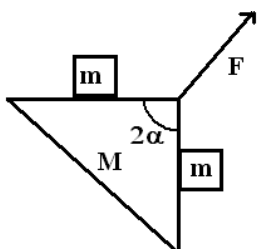
Рассмотрим предельную ситуацию, когда при N иглах в воздухе верхняя грань бруска точно на уровне поверхности воды. Втыкание дополнительных игл приведёт к тому, что они частично окажутся в воде. Какое число игл полностью находящихся в воде способен удержать брусок? Поскольку масса дополнительно вытесненной воды $(N + \Delta N)\rho_0 v$ равна массе дополнительных игл $\Delta N \rho v$, то $(N + \Delta N)\rho_0 v = \Delta N \rho v$, и $\Delta N = N\rho_0/(\rho - \rho_0) = 100/6,8 \cong 14,7$.

Если иглы не ломать, то их число должно быть целым. Понятно, что при $\Delta N = 15$ масса вытесненной воды $(N + \Delta N)\rho_0 v$ меньше массы 15 игл и брусок вместе с иглами уйдёт на дно. При $\Delta N = 14$ иглы просто частично останутся в воздухе.

Однако условия задачи не исключают другой предельной ситуации. При $N - 1$ игле, остающихся в воздухе, брусок ещё не полностью погружён в воду, но его верхняя грань почти на уровне поверхности воды. Тогда при N иглах масса теперь вытесненной иглами воды равна массе одной иглы. Поэтому масса дополнительно вытесненной воды теперь будет $(N + \Delta N)\rho_0 v - \rho v$. Приравнявая её массе дополнительных игл $\Delta N \rho v$ получим соотношение $(N + \Delta N)\rho_0 - \rho = \Delta N \rho$, откуда $\Delta N = (N\rho_0 - \rho)/(\rho - \rho_0) = 92,2/6,8 \cong 13,5$.

Итак при $\Delta N = 13$ брусок с иглами заведомо не утонет, может не утонуть при 14 иглах, но при 15 утонет заведомо.

Ответ: $\Delta N = 13$, может быть 14, но не больше.

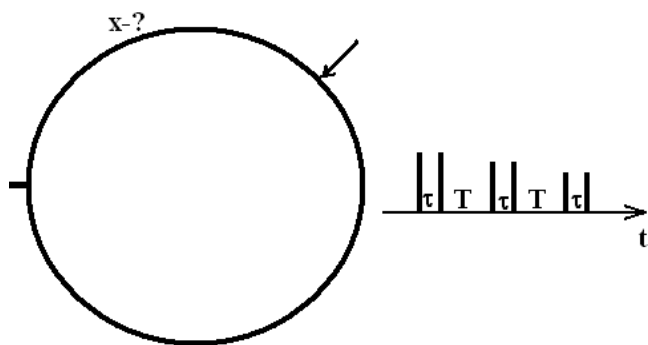


6. На столе находится равнобедренный клин массы M с углом 2α при вершине. Он соприкасается с симметрично расположенными брусками массы m каждый. Клину начали тянуть с силой F , направленной по биссектрисе угла при вершине. Найдите ускорение клина, если трения нет.

Решение

Ускорения брусков A направлены по нормали к сторонам клина, из условия соприкосновения имеем $A = a \sin \alpha$, где a ускорение клина, направленное по биссектрисе. Сила нормального давления, действующая на брусок, по 2-у закону Ньютона $N = mA = masin\alpha$. Для клина: $Ma = F - 2Nsin\alpha$. После подстановки N находим $a = F/(M + 2msin^2\alpha)$.

Ответ: $a = F/(M + 2msin^2\alpha)$.



7. На кольце длины $L = 1$ м есть датчик, фиксирующий приход звуковых импульсов по материалу кольца. После удара по кольцу датчик зарегистрировал череду импульсов: сначала два импульса почти равной силы с интервалом времени $\tau = 0,1$ мс, затем через время $T = 0,9$ мс ослабленный третий импульс, а почти такой же четвёртый импульс – ещё спустя

время τ ... и т.д. Объясните, почему так происходит и найдите расстояние вдоль кольца от датчика до места удара. (Укажите меньшее расстояние в сантиметрах.)

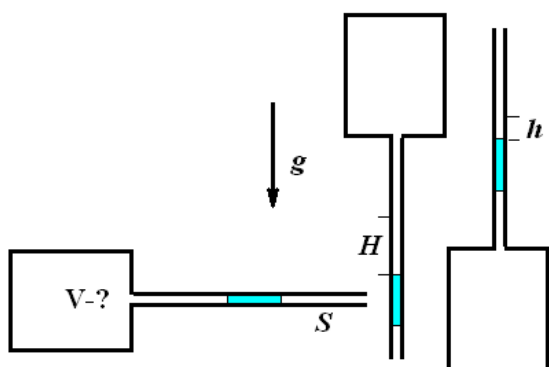
$\langle x < L/2; \tau = (L - x)/c - x/c; T + \tau = L/c; x = LT/2(T + \tau) = 45 \text{ см.} \rangle$

8. Заряженные шарики движутся по одной вертикали. В некоторый момент ускорение верхнего шарика направлено вверх и равно $g/2$, где g ускорение свободного падения. У нижнего шарика в этот момент ускорение равно $2g$. Во сколько раз сила электрического отталкивания больше силы тяжести, действующей на верхний шарик?

Решение

$\langle mg/2 = F - mg; M2g = F + Mg; F = (3/2)mg = Mg; M = (3/2)m. \rangle$

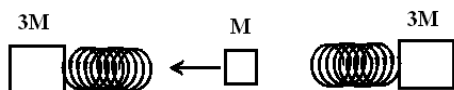
Ответ: 3/2



9. От сосуда с воздухом отходит горизонтальная трубка сечения S , запертая столбиком воды. Когда сосуд повернули на 90° трубкой вниз, столбик сместился по трубке на расстояние H . Когда сосуд повернули трубкой вверх, то столбик воды сместился на расстояние h . Найдите объём воздуха, запёртый столбиком воды при горизонтальном положении трубки. Температура и атмосферное давление неизменны.

Решение

$(V + SH)(P - \rho gL) = PV; (V - Sh)(P + \rho gL) = PV; V = SHh/(H - h).$



10. На горизонтальной опоре без трения расположены по прямой три бруска: средний массы M , а слева и справа бруски масс $3M$ с прикрепленными к ним упругими пружинами. Средний брусок толкнули влево, при наибольшем сжатии пружины левого бруска его скорость оказалась равна $V = 0,6 \text{ м/с}$. Брусок M отскакивает и налетает на пружину правого бруска. Какова скорость правого бруска в момент наибольшего сжатия прикрепленной к нему пружины? Ответ в м/с.

Решение

Из сохранения импульса для момента наибольшего сжатия получаем, что начальная скорость $V_0 = 4V$. Из сохранения энергии и импульса для разлёта находим, что скорость средней массы меняет направление на противоположное и уменьшается вдвое, а именно $V_1 = V_0/2 = 2V$. Из сохранения импульса для момента наибольшего сжатия получаем $V_2 = V_1/4 = V/2 = 0,3 \text{ м/с}$.

Ответ: 0,3 м/с.

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов, если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице задача не будет оценена!

№ задачи	Ответ
1.	$F = 6f$ (здесь и далее обозначение искомой величины может быть опущено, как и указанные в условии единицы измерения)
2.	0,5 с
3.	150 Вт
4.	$2v/g\cos\alpha; 2v^2\sin\alpha/g\cos^2\alpha$
5.	$\Delta N = 13$, может быть 14, но не больше
6.	$F/(M + 2m\sin^2\alpha)$
7.	45 см
8.	3/2 или 1,5
9.	$V = SHh/(H - h)$
10.	0,3 м/с

