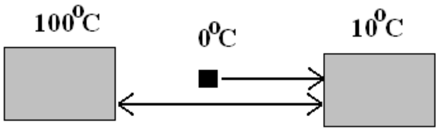
9 класс



1. Имеются три тела из одинакового вещества, два с одинаковой массой, а третье с меньшей массой. Исходно температуры у первых двух тел $t_1 = 100^oC$ и $t_2 = 10^oC$, а у третьего меньшего тела $t_o = 0^oC$. После приведения третьего тела в контакт со вторым у них установилась одинаковая температура $t_3 = 9^oC$. Какой, в конце концов, станет температура у всех тел, если затем меньшее тело многократно приводится в контакт то с первым, то со вторым телом? Обменом тепла с окружающей средой пренебречь.

Возможное решение

1. Конечная температура у всех тел станет одинаковой. <2 балла>.

2. Из данных о первом контакте третьего и второго тела найдем отношение их теплоёмкостей: $Ct_2 = (C + C_o)t_3$ и $C = C_ot_3/(t_2 - t_3) = 9C_o$, (здесь и далее используем, что $t_o = 0^oC$). <3 балла>.

3. Ключевая идея точного расчёта состоит в том, что условия теплового баланса означают неизменность «запаса» тепла (сама идея) <1 балл>)

4. При равенстве температур конечный запас тепла $(2C + C_o)t$ равен начальному $= Ct_1 + Ct_2$ <2 балл>)

5. Откуда находится

$t = (Ct_1 + Ct_2)/(2C + C_o) = t_3(t_1 + t_2)/(t_3 + t_2) = 990/19 \cong 52^oC$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

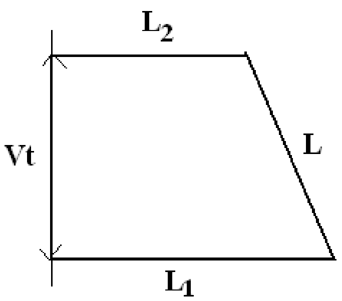
	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Равенство конечных температур		***2***
2	Нахождение отношения теплоёмкостей	$C = C_ot_3/(t_2 - t_3) = 9C_o$	***3***
3	Идея сохранения «запаса» тепла		***1***
4	Итоговый тепловой баланс	$(2C + C_o)t = Ct_1 + Ct_2$	***2***
5	Нахождение искомого t вывод и число	$t = (Ct_1 + Ct_2)/(2C + C_o) = 990/19 \cong 52^oC$	***2***

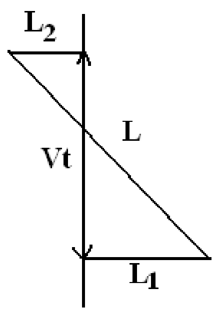
Примечание: Решение в общем виде не обязательно и при полном верном рассмотрении всех этапов ставится полный балл. Возможно, участники начнут рассматривать последовательно контакты и найдут температуры за 2-3-4 шага и этим ограничатся. При правильных расчётах за это 1 балл. В сумме с 1 и 2 этапом 6 баллов. Если будет уловлена тенденция уменьшения разности температур и как-то оценена конечная, то при результате от 45 до 55 ^oC в сумме с 1 и 2 этапом 7 баллов. При «потере» C_o в тепловом балансе оценки за 4 и 5 этап снижаются до 1 балла каждый. Тогда «грубый» ответ среднее арифметическое температур больших тел 55 ^oC.

9 класс

2. Два маяка на морском побережье находятся на расстоянии $L = 13$ км. Катер движется по прямой с постоянной скоростью. В момент времени $t_1 =$ 12 часов 15 минут он оказывается на наименьшем расстоянии $L_1 = 13{,}5$ км от первого маяка, а в момент $t_2 =$ 12 часов 25 минут – на наименьшем расстоянии $L_2 = 8{,}5$ км от второго. Определите скорость катера.

Возможное решение





Обозначим искомую скорость V.

1. Минимальное расстояние определяется по перпендикуляру к курсу, то есть отрезки L_1 и L_2 перпендикулярны отрезку Vt, проходимым катером за время $t = t_2 - t_1$. <2 балла>

2. Возможны два варианта курса катера:

а) без пересечения отрезка L и б) с пересечением. <1 балл>

3. Второй вариант возможен, если $L_1 + L_2 < L$. При данных в условии реализуется только первый вариант. <1 балл>

4. Выделим прямоугольный треугольник с гипотенузой L и катетом Vt, другой катет тогда имеет длину $(L_1 - L_2)$ <2 балла>

5. По теореме Пифагора $L^2 = (Vt)^2 + (L_1 - L_2)^2$, откуда $(Vt)^2 = L^2 - (L_1 - L_2)^2 =$ 144 км^2, а $Vt = 12$ км. <2 балла>.

6. Поскольку $t = t_2 - t_1 = 1/6$ часа, то $V = 72$ км/час <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Условие минимальности расстояний		***2***
2	Варианты с пересечением и без		***1***
3	Выбор варианта по данным условия		***1***
4	Выделение прямоугольного треугольника	Гипотенуза L, катеты Vt и $L_1 - L_2$	***2***
5	Нахождение Vt из теоремы Пифагора, вывод и число	$(Vt)^2=L^2 - (L_1-L_2)^2$, $Vt = 12$ км	***2***
6	Нахождение V	$V = 72$ км/час	***2***

9 класс

3. Неподвижный автомобиль начинает разгоняться с постоянным ускорением a = 2 м/с^2 в течение времени t = 10 с, затем с постоянным ускорением тормозится, пройдя от начала движения до остановки расстояние L = 150 м. Найдите ускорение торможения автомобиля.

Возможное решение

1. Скорость на участке разгона меняется от нуля до $V = at$, а на участке торможения от V до 0. Поэтому средняя скорость на этих участках одинакова и $V_{ср} = V/2 = at/2$. Такова же она и на всём пути. <2 балла>.

2. Если время торможения τ, то полное время движения

$$T = t + \tau$$ <1 балл>.

3. Выразим перемещение L через среднюю скорость и время:

$$L = V_{ср}T = at(t + \tau)/2$$ <1 балл>.

4. Откуда время торможения $\tau = 2L/at - t$ <2 балла>.

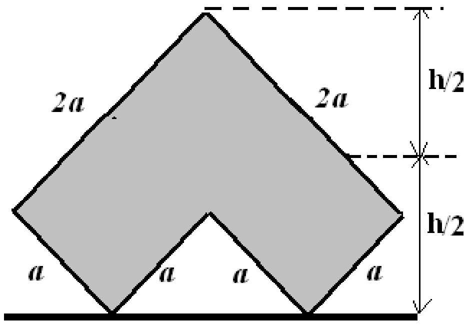
5. На участке торможения при ускорении A скорость уменьшится на $A\tau$ с начального значения at до нуля, то есть $A\tau = at$ <1 балл>.

6. Используя последнее равенство и найденные ранее величины найдём искомое ускорение $A = at/\tau = a^2t^2/(2L - at^2) = 4$ м/с^2. <3 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	изменение скорости на участках разгона и торможения, средняя скорость	$V_{ср} = V/2 = at/2$	***2***
2	Полное время движения	$T = t + \tau$	***1***
3	Выражение для перемещения через $V_{ср}$	$L = V_{ср}T = at(t + \tau)/2$	***1***
4	Нахождение времени торможения	$\tau = 2L/at - t$	***2***
5	Условие остановки	$A\tau = at$	***1***
6	Нахождение A вывод, число	$A = at/\tau = a^2t^2/(2L - at^2) = 4$ м/с^2	***3***

9 класс



4. На горизонтальное дно сосуда положили деревянный уголок. На рисунке показано его сечение, все углы прямые. Когда уровень воды поднялся до половины высоты уголка, он оторвался от дна. Найдите плотность материала уголка, если плотность воды $\rho_o = 1$ г/см^3.

Возможное решение

1. Из закона Архимеда условие отрыва равенство массы уголка массе вытесненной воды. Тогда $\rho_o V_в = \rho V$, где V объём всего уголка, а $V_в$ объём погружённой в воду его части.<2 балла>.

2. Отношение этих объёмов равно отношению площадей в поперечном сечении уголка $V_в/V = S_в/S$ <2 балла>.

3. $S = 3a^2$. Площадь сечения $S_в$, находящегося ниже половинной высоты, находится из простых геометрически соображений $S_в = 15a^2/8$ <3 балла>.

4. Откуда $\rho = \rho_o V_в/V = \rho_o S_в/S = 5/8 = 0{,}625$ г/см^3 <3 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Условие отрыва	$\rho_o V_в = \rho V$	***2***
2	Равенство отношений объёмов и площадей	$V_в/V = S_в/S$	***2***
3	Нахождение отношения площадей	$S_в/S = 5/8$	***3***
4	Нахождение ρ	$\rho = \rho_o S_в/S = 5/8 = 0{,}625$ г/см^3	***3***

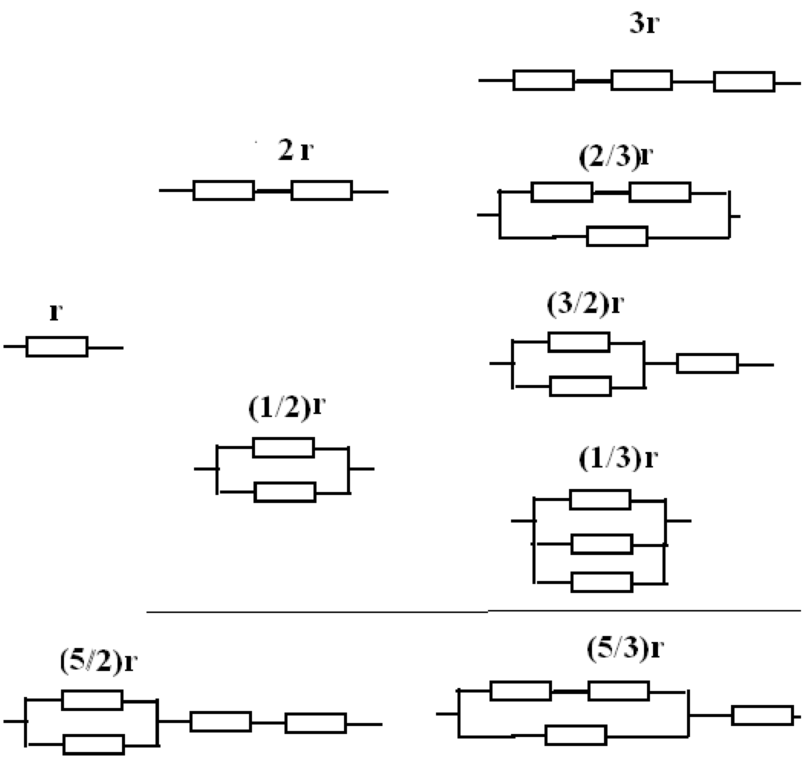
9 класс

5. Какого наименьшего числа одинаковых резисторов достаточно, чтобы получить сопротивления 1 Ом, 2 Ом, 3 Ом, 4 Ом, 5 Ом и 6 Ом? Для каждого из данных сопротивлений укажите схему соединения резисторов. В схемы не обязательно должны входить все резисторы.

							1R							
			2								**1/2**			
	3				**2/3**				**3/2**				**1/3**	
4		**3/4**		**5/3**		**2/5**		**5/2**		**3/5**		**4/3**		**1/4**

Возможное решение

Соединения одного или двух резисторов недостаточно. Рассмотрим всевозможные соединения 3 одинаковых резисторов. На рисунке справа выше линии внизу указаны все 7 вариантов соединения. Над ними подписаны найденные из правил последовательного и параллельного соединения сопротивления схем. Если взять сопротивление одного резистора r = 3 Ом, то получим 1 Ом, 2 Ом, 3 Ом, 6 Ом, но 4 и 5 не получим. А если взять r = 2 Ом, то можно получить 1, 2, 3, 4 и 6, но не получим 5. Подбор других r не поможет, ибо среди 7 полученных сопротивлений нет 6 в нужной пропорции. Необходим 4-й резистор. Подсоединяя его к схемам крайнего правого столбца последовательно или параллельно, мы получим ещё 8 вариантов. Два из них показаны на рис. под линией. При r = 2 Ом левый снизу даст недостающее сопротивление 5 Ом!



В таблице приведены сопротивления при последовательном и параллельном соединении 4 резисторов с сопротивлением R в долях R. При сдвиге влево вниз последовательное соединение, при сдвиге вправо вниз параллельное соединение R.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Рассмотрение случая 3 резисторов и всевозможных схем соединения		*2*
2	Расчёт сопротивлений схем		*2*
3	Указание, что нет 6 сопротивлений в пропорции 1:2:3:4:5:6		*2*
4	Добавка 4-го резистора и нахождение 6 сопротивлений в нужной пропорции с указанием схем		*4*

10 класс

1. Такси едет со скоростью v = 72 км/час. Водитель увидел стоящего у дороги пассажира на расстоянии L = 240 м. Через какое время от этого момента он должен начать тормозить, чтобы остановиться рядом с пассажиром? Ускорение торможения a = 1 м/с^2.

Возможное решение

За всё время движения перемещение должно быть равно L = 240 м, а скорость упасть до нуля. Обозначим искомое время t, а время торможения до остановки τ.

1. Условие обращения скорости в нуль $a\tau = v$ = 20 м/с, а тогда $\tau = v/a$. <2 балла>.

2. Перемещение на участке равномерного движения vt <1 балл>,

3. а на участке торможения $a\tau^2/2 = v^2/2a$ (с выводом) <3 балла>.

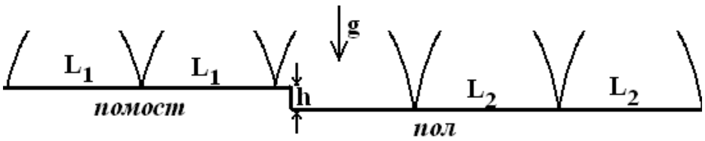
4. Полное же перемещение $vt + v^2/2a = L$<1 балл>,

5. откуда $t = L/v - v/2a$ = 2 с <3 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Нахождение времени торможения	$a\tau = v$; $\tau = v/a$	***2***
2	Перемещение с постоянной скоростью	$L_1 = vt$	***1***
3	Перемещение при торможении с выводом	$L_2 = a\tau^2/2 = v^2/2a$	***3***
4	Полное перемещение	$vt + v^2/2a = L$	***1***
5	Нахождение искомого t вывод и число	$t = L/v - v/2a$ = 2 с	***3***

10 класс



2. Помост выше пола на h = 21 см. Пока мяч прыгал по нему, удары происходили через расстояние L_1 = 50 см. Продолжая движение, мяч стал прыгать по полу, ударяясь через расстояние L_2 = 55 см. На какую высоту поднимался мяч над помостом?

Возможное решение

1. Повторяемость картины столкновений свидетельство упругого характера ударов. <1 балл>.

2. Горизонтальная скорость V_x неизменна и одинакова, как над помостом, так и над полом <1 балл>.

3. Поэтому отношение времён между ударами равно отношению расстояний, пройденных между ударами $t_2/t_1 = L_2/L_1$ <1 балл>.

4. Из упругости удара (сохранение энергии)высшие точки траектории находятся на одном уровне, откуда высота подъёма над полом выше на h искомой высоты подъёма над помостом H <1 + 1 = 2 балла>.

5. Из рассмотрения равноускоренного движения и симметрии подъёма и спуска $H = gt_1^2/8$; $H + h = gt_2^2/8$ <2 балла>.

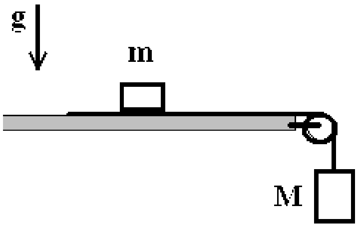
6. Отношение высот $(H + h)/H = t_2^2/t_1^2 = L_2^2/L_1^2$ <2балла>.

7. Решение уравнения для H и числовой ответ H = 100 см <1 балл>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Вывод об упругом характере ударов		***1***
2	Вывод о постоянстве скорости по x		***1***
3	Равенство отношений расстояний и времён	$t_2/t_1 = L_2/L_1$	***1***
4	Связь высот подъёма и помоста	$H_1 = H + h$	***2***
5	Выражения для высот подъёма	$H = gt_1^2/8$; $H + h = gt_2^2/8$	***2***
6	Выражение для отношения высот	$(H + h)/H = t_2^2/t_1^2 = L_2^2/L_1^2$	***2***
7	Решение уравнения и числовой ответ	H = 100 см	***1***

10 класс



3. Лента лежит на столе и проходит через невесомый блок без трения на краю стола. К свисающему участку ленты прикреплён груз массы M, а на горизонтальном участке лежит брусок. Коэффициенты трения бруска с лентой и ленты со столом одинаковы и равны μ = 0,8. При какой наименьшей массе m бруска он будет двигаться вместе с лентой? Массой ленты пренебречь.

Возможное решение

1. При начале проскальзывания сила трения, действующая на брусок со стороны ленты, направлена вправо и достигает максимального значения $f_{тр} = \mu mg$ <1 балл>.

2. Из второго закона Ньютона в применении к бруску $ma = \mu mg$; и $a = \mu g$, где a ускорение бруска <1 балл>.

3. На ленту под бруском действует влево сила трения μmg со стороны бруска и такая же по величине и направлению сила трения со стороны стола, а в сумме $F_{тр} = 2\mu mg$ <1 балл>.

4. В пределе нулевой массы ленты сумма сил, приложенных к рассмотренному участку, нулевая. Тогда натяжение ленты $T = 2\mu mg$ <1 балл>.

5. При начале проскальзывания ускорение ленты равно ускорению бруска, то есть $a = \mu g$ <1 балл>.

6. Из нерастяжимости ленты и ускорение груза M равно a <1 балл>.

7. Из второго закона Ньютона в применении к грузу $Ma = Mg - T$ <2 балла>,

8. получаем уравнение $\mu M = M - 2\mu m$ и окончательный ответ

$$m = (1 - \mu)M/2\mu = 0{,}125M$$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Рассмотрение силы трения для бруска	$f_{тр} = \mu mg$	***1***
2	Нахождение ускорения бруска	$ma = \mu mg$; $a = \mu g$,	***1***
3	Рассмотрение сил трения для ленты	$F_{тр} = 2\mu mg$	***1***
4	Нахождение натяжения ленты	$T = 2\mu mg$	***1***
5	Связь ускорений ленты и бруска		***1***
6	Связь ускорений ленты и груза		***1***
7	2-й закон Ньютона для груза	$Ma = Mg - T$	***2***
8	Получение и решение уравнения для m	$\mu M = M - 2\mu m$; $m = (1 - \mu)M/2\mu = 0{,}125M$	***2***

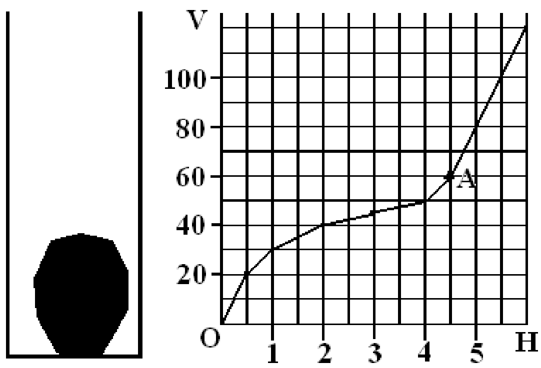
Примечание: Если участники используют равенство всех ускорений без обоснования, в этом случае за пункты 5 и 6 суммарно 1 балл. При неполном рассмотрении этапа возможна оценка и 0,5 балла, но суммарный балл округляется (с избытком) до целого числа.

10 класс

4. В вертикальном цилиндре неизвестного сечения лежит тело произвольной формы. Начинают наливать воду и измерять её уровень в цилиндре. На рисунке приведён график зависимости объёма налитой воды V от высоты уровня H (H в см, V в см^3). Наклон графика перестаёт меняться, начиная с точки А. Определите массу тела, если его плотность

а) ρ_1 = 0,6 г/см^3,

б) ρ_2 =10 г/см^3.



Возможное решение

1. Пока тело остаётся на дне, малое изменение dV объёма налитой воды связано с малым dH следующим образом dV = (S – s)dH, где S сечение цилиндра, а s площадь сечения тела на высоте уровня воды. Изменение наклона на первой части графика происходит из-за изменения s с высотой <1 балл>.

2. Тело, плотность которого меньше плотности воды ρ_o = 1 г/см^3, начнёт с какого-то уровня всплывать и далее будет подниматься вместе с подъёмом уровня воды<1 балл>.

3. Плавающее тело вытесняет постоянный объём воды $V_в$, масса которого равна массе тела. <1 балл>.

4. Поэтому после отрыва от дна приращение объёма воды в цилиндре определяется только сечением цилиндра и dV = SdH и наклон графика dV/dH перестаёт меняться <1 балл>.

5. По данным в условии это происходит, начиная с точки А графика. Тогда по наклону последнего участка определяется сечение цилиндра S = dV/dH = 40 см^2. <1 балл>.

6. Высота уровня h, когда тело начало всплывать, находится по графику на горизонтальной оси под точкой А: h = 4,5 см. <1 балл>.

7. Вытесненный объём $V_в = Sh - V_A$ = 120 см^3, где V_A = 60 см^3 объём налитой жидкости для точки А графика. <1 балл>.

8. Тогда масса тела (случай а)) $m_а = \rho_o V_в$ = 120 г. <1 балл>.

9. В случае б) тело остаётся на дне и h = 4,5 см отвечает высоте тела, уровню, когда вода начала его покрывать, а вытесненный объём $V_в = Sh - V_A$ = 120 см^3 тогда это объём тела. <1 балл>.

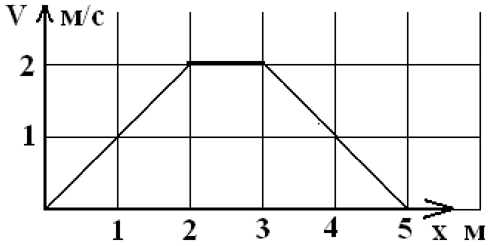
10. Соответстенно масса $m_б = \rho V_в$ = 1200 г. <1 балл>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Рассмотрение части графика до А	dV = (S – s)dH	*1*
2	Вывод о всплывании тела а)	$\rho < \rho_o$ = 1 г/см^3	*1*
3	Постоянство вытесненного объёма		*1*
4	Неизменность наклона с момента отрыва	dV = SdH или аналог	*1*
5	Нахождение сечения цилиндра	S = dV/dH = 40 см^2	*1*
6	Нахождение критической высоты	h = 4,5 см	*1*
7	Нахождение вытесненного объёма	$V_в = Sh - V_A$ = 120 см^3	*1*
8	Нахождение массы тела а)	$m_а = \rho_o V_в$ = 120 г	*1*
9	Смысл h и $V_в = Sh - V_A$ в случае б)		*1*
10	Нахождение массы тела б)	$m_б = \rho V_в$ = 1200 г	*1*

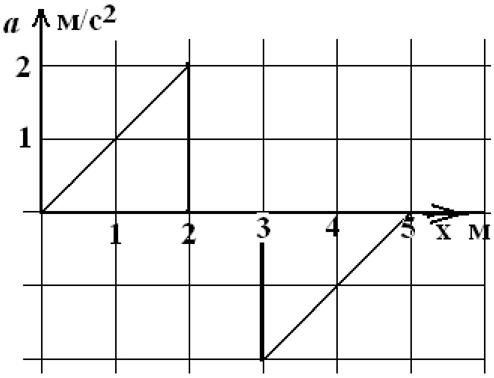
Примечание: Если участники начнут решать со случая б) и им ограничатся, тогда исключаются этапы 2, 3, 8 и при полном решении суммарный балл должен быть 7. При полном рассмотрении только случая а) – 8. Возможно найти вытесненный объём из графика, продлевая прямую из точки А вниз до пересечения с осью H в точке H_o = 3 см, тогда $V_в = S\,H_o$ = 120 см^3. Тогда можно обойтись без нахождения критической высоты и за обоснованное нахождение $V_в$ участник должен получить 2 балла.

10 класс



5. Тело движется вдоль оси x, на рисунке дан график зависимости скорости от координаты x. Постройте график зависимости ускорения от координаты. Найдите ускорение в точках с координатами x = 1,5 м, x = 2,5 м, x = 3,5 м.

Возможное решение



1. На участке от 2 до 3 м скорость не менялась и ускорение 0. <1 балл>.

2. В интервале от 0 до 2 м согласно графику скорость V = x. <1 балл>.

3. Так как ускорение a = dV/dt, то a = dx/dt = V = x. <2 балла>.

4. В интервале от 3 до 5 м зависимость скорости от x даёт выражение V = 5 – x <1 балл>.

5. Тогда a = –dx/dt = –V = x – 5. <2 балла>.

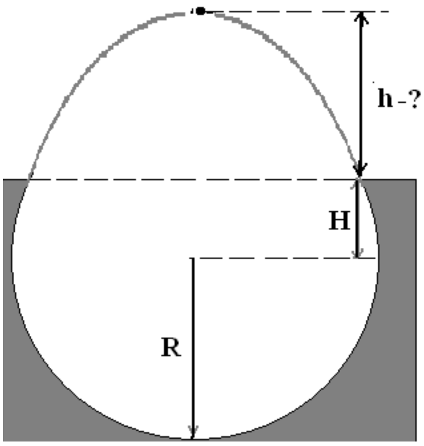
6. Соответственно строим график a от x <1 балл>.

7. И находим ускорения в указанных точках:

a_1 = 1,5; a_2 = 0 и a_2 = – 1,5 м/с^2.<2 балла за всё, 1 балл за любые два**>.**

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Вывод о нулевом ускорении на 2-м участке		***1***
2	Выражение зависимости V от x 1-й участок	V = x	***1***
3	Нахождение зависимости a от x 1-й участок	a =dV/dt, a=dx/dt=V = x	***2***
4	Выражение зависимости V от x 3-й участок	V = 5 – x	***1***
5	Нахождение зависимости a от x 3-й участок	a = –dx/dt = –V = x – 5	***2***
6	Наличие правильного графика		***1***
7	Значения a в трёх точках	a_1=1,5; a_2= 0; a_2= –1,5м/с^2	***2***



11 класс

1. Верхний горизонтальный край сферической лунки радиуса R выше центра сферы на H. Шарик вылетает вдоль поверхности лунки и влетает в неё в противоположной точке края. На какую максимальную высоту h он поднимается над краем лунки?

Возможное решение

1. Угол α между скоростью в момент вылета и горизонталью равен углу между вертикалью и радиусом, проведённым к точке вылета, тогда $\cos\alpha = H/R$ <1 балл>.

2. Начальные скорости по горизонтали и вертикали:

$V_x = V\cos\alpha$ и $V_y = V\sin\alpha$, где V модуль начальной скорости <1 балл>.

3. Так как траектория симметрична относительно вершины, то шарик в высшей точке оказывается точно над центром сферы <1 балл>.

4. Тогда его перемещение по горизонтали $V_x t = V\cos\alpha t = R\sin\alpha$, где t время достижения вершины <1 балл>.

5. Вертикальная же скорость в высшей точке обращается в нуль, условие этому $V\sin\alpha = gt$ <1 балл>.

6. Для высоты подъёма (таков же и спуск) $h = gt^2/2$ <1 балл>.

7. Исключая из уравнений $V\cos\alpha t = R\sin\alpha$; $V\sin\alpha = gt$ и $h = gt^2/2$ время и начальную скорость, получим $h = R\sin^2\alpha/2\cos\alpha$ <3 балла>.

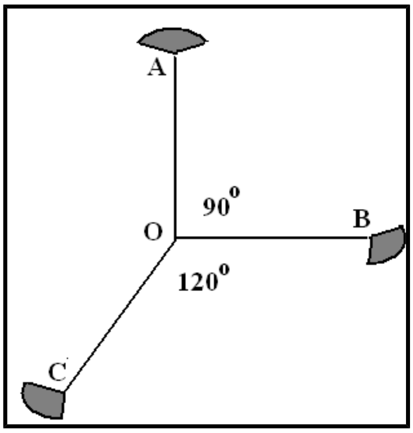
8. Из $\cos\alpha = H/R$ получаем окончательно $h = (R^2 - H^2)/2H$ <1 балл>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Нахождение угла вылета	$\cos\alpha = H/R$	***1***
2	Проекции начальных скоростей	$V_x = V\cos\alpha$ и $V_y = V\sin\alpha$,	***1***
3	Указание, что вершина точно над центром		***1***
4	Выражение горизонтального перемещения	$V_x t = V\cos\alpha t = R\sin\alpha$	***1***
5	Обращение вертикальной скорости в 0	$V\sin\alpha = gt$	***1***
6	Выражение высоты подъёма через t	$h = gt^2/2$	***1***
7	Решение уравнений для h (через α)	$h = R\sin^2\alpha/2\cos\alpha$	***3***
8	Окончательный ответ	$h = (R^2 - H^2)/2H$	***1***

Примечание: Возможны другие варианты рассмотрения равноускоренного движения, скажем, сразу перемещения от края до края. Участники могут не выводить, а использовать ***общеизвестные*** формулы для дальности полёта и высоты и обойтись без введения времени. Такого рода вариации касаются этапов с 3 по 7. Если у них всё правильно и обосновано, оценка не должна снижаться.

11 класс



2. Лежащий на столе образец напряженного стекла при охлаждении раскололся на три куска. Скользя по столу, они разошлись на равные расстояния от начального положения O. Траектории кусков A и B образуют угол 90°, а траектория куска C направлена под углом 120° к траектории B. Найдите массу куска C, если масса образца равна M, а коэффициенты трения всех кусков со столом одинаковы. Размерами образца и кусков пренебречь.

Возможное решение

1. Поскольку образец разорван внутренними силами, суммарный импульс в результате раскола не изменится и останется нулевым. Тогда для импульсов осколков сразу после раскола имеем: $\mathbf{P}_A + \mathbf{P}_B + \mathbf{P}_C = 0$ <2 балла>.

2. За малое время растрескивания влиянием трения можно пренебречь. Но пройденные в дальнейшем пути до остановки определяются как раз работой силы трения, уменьшающей начальную кинетическую энергию до нуля, а именно $\mu mgL = mv^2/2$, откуда $L = v^2/2\mu g$ <2 балла>.

3. Так как коэффициенты трения для всех кусков одинаковы то из равенства путей торможения следует равенство модулей начальных скоростей $v_A = v_B = v_C = v$ <1 балл>.

4. Из рассмотрения проекций импульсов на ось OA и OB
$m_A v = m_C v\, cos 30^o$; $m_B v = m_C v\, sins 30^o$ <2 балла>.

5. Из сохранения суммарной массы $m_A + m_C + m_B = M$ <1 балл>.

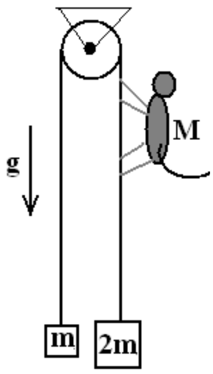
6. Откуда, исключая m_A и m_B получаем $m_C = 2M/(3 + \sqrt{3})$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Сохранения импульса при расколе	$\mathbf{P}_A + \mathbf{P}_B + \mathbf{P}_C = 0$	***2***
2	Выражение для пути торможения	$\mu mgL = mv^2/2$; $L = v^2/2\mu g$	***2***
3	Вывод о равенстве модулей скорости	$v_A = v_B = v_C = v$	***1***
4	Рассмотрение проекций импульса	$m_A v = m_C v\, cos 30^o$; $m_B v = m_C v\, sins 30^o$	***2***
5	Сохранение массы	$m_A + m_C + m_B = M$	***1***
6	Нахождение m_C	$m_C = 2M/(3 + \sqrt{3})$ (эквивалент)	***2***

Примечание: Обратите внимание, что ответ может быть получен в форме $m_C = M(3 - \sqrt{3})/3$.

11 класс



3. Через невесомый блок без трения перекинута лёгкая верёвка, на концах которой висят грузы масс m и 2m. Обезьяна, вытягивая верёвку, поднимается с постоянной скоростью. Найдите ускорение левого груза в зависимости от массы обезьяны M. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение

1. Поскольку обезьяна поднимается с постоянной скоростью, то сумма действующих на неё сил нулевая. Тогда $Mg = T_1 - T_2$, где T_1 натяжение верёвки выше неё, а T_2 – ниже <1 балл>.

2. В случае, если вся верёвка натянута, ускорения грузов одинаковы по величине, а направлены в противоположные стороны <1 балл>.

3. Вдоль невесомой верёвки натяжение неизменно, тогда правый груз верёвка тянет вверх с силой T_1, а левый – с силой T_2**.**

Соответственно 2-й закон Ньютона в применении к этим грузам даёт: $ma = T_1 - mg$; $2ma = 2mg - T_2$ <1 + 1 = 2 балла>.

4. Из последних уравнений и условия $Mg = T_1 - T_2$ находим ускорение $a = (M + m)g/3m$ <2 балла>.

5. Верёвка ниже обезьяны натянута, пока $a \le g$ то есть при $M \le 2m$
<1 балл>.

6. В противном случае ($M > 2m$) $T_2 = 0$ и $Mg = T_1$ и 2-й закон Ньютона для левого груза $ma = Mg - mg$ даёт $a = (M - m)g/m$, большее g <3 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Условие постоянства скорости обезьяны	$Mg = T_1 - T_2$	***1***
2	Связь ускорений грузов		***1***
3	2-й закон Ньютона для грузов	$ma = T_1 - mg$; $2ma = 2mg - T_2$	***2***
4	Нахождение ускорения (всё натянуто)	$a = (M + m)g/3m$	***2***
5	Условие для этого	$a \le g$; $M \le 2m$	***1***
6	Нахождение ускорения при «провисе»	($M>2m$)$T_2 = 0$ и $Mg = T_1$; $ma = Mg - mg$; $a = (M - m)g/m$	***3***

Примечание: Если решавший начинает со случая $T_2 = 0$ и ограничивается им без условия на массу, то суммарный балл3, а при условии $M>2m$ – 4 балла.

11 класс

4. При температуре $t_o = 27^oC$ объём $V_o = 10$ л в цилиндре под поршнем заполнен воздухом. Для обнаружения, нет ли протечки воздуха при движении поршня, воздух в цилиндре стали нагревать. При этом оказалось, что приращение объёма воздуха пропорционально приращению температуры: $\Delta V = \alpha\Delta T$, где $\alpha = 3{,}1\cdot10^{-2}$ л/К. Определите по этим данным, вытекает ли воздух из цилиндра или нет. Трение поршня со стенками цилиндра пренебрежимо мало, атмосферное давление неизменно.

Возможное решение

1. Давление P под поршнем постоянно <1 балл>.

2. Уравнение состояния идеального газа в применении к исходному состоянию и к состоянию при температуре (абсолютной!) T:

$PV_o = \nu_oRT_o$; $PV = \nu RT$, где ν_o и ν начальное и конечное число молей, V конечный объём, R газовая постоянная. <1 + 1 = 2 балла>.

3. Наличие утечки означает, что $\nu_o - \nu > 0$. <1 балл>.

4. $\nu_o - \nu = PV_o/RT_o - PV/RT$, <2 балла>.

5. Из $T = T_o + \Delta T$, $V = V_o + \alpha\Delta T$ имеем выражение для утечки
$\nu_o - \nu = [\Delta TPV_o/RT_o(T_o + \Delta T](1 - \alpha T_o/V_o)$, знак которого определяется знаком последней скобки. <2 балла>.

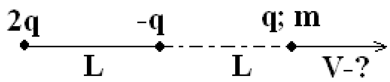
6. При подстановке $T_o = 273 + 27 = 300$ К и значений α и V_o находим, что $(1 - \alpha T_o/V_o) = 1 - 3{,}1\cdot10^{-2}\cdot300/10 = 1 - 0{,}93 > 0$! Таким образом действительно происходит утечка. <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Указание на постоянство давления		***1***
2	Применение уравнение состояния	$PV_o = \nu_oRT_o$; $PV = \nu RT$	***2***
3	Критерий утечки	$\nu_o - \nu > 0$ (аналог)	***1***
4	Общее выражения для $\nu_o - \nu$	$\nu_o - \nu = PV_o/RT_o - PV/RT$	***2***
5	Выяснение зависимости $\nu_o - \nu$ в от ΔT	$\nu_o-\nu \sim\Delta T(1-\alpha T_o/V_o)/(T_o + \Delta T)$	***2***
6	Проверка знака $\nu_o - \nu > 0$	$(1 - \alpha T_o/V_o) = 0{,}07 > 0$	***2***

Примечание: Возможно решение с помощью графика зависимости V от T, ведь наклоны прямых соединяющих начало координат с точкой, задающей состояние пропорциональны ν. Это избавляет от громоздких преобразований 5 этапа. Или, что эквивалентно, можно рассчитать, что при отсутствии утечки $\Delta V/\Delta T = V_o/T_o$, а раз реально объём растёт медленнее, то имеется утечка.

11 класс



5. Точечные заряды 2q и –q закреплены и находятся на расстоянии L друг от друга. На общей с ними прямой, на расстоянии L от заряда –q, удерживают точечное тело с зарядом q и массой m. С какой наименьшей скоростью V нужно толкнуть тело вправо вдоль прямой, чтобы оно неограниченно удалялось?

Возможное решение

1. Исходно притяжение больше отталкивания и суммарная сила смотрит влево, но в некоторой точке при смещении вправо на x суммарная сила обращается в ноль, после чего она всё время направлена вправо <1 балл>.

2. Тогда начального толчка должно хватить, чтобы добраться до точки, где сила обращается в ноль, дальше само пойдёт <1 балл>.

3. Условие обращения силы в ноль:

$k2q^2/(x + 2L)^2 = kq^2/(x + L^{2)}$ <1 балл>.

4. Откуда находим $x = \sqrt{2}L$ <1 балл>.

5. Начальную скорость можно найти и сохранения энергии:

$mV^2/2 = q(\varphi(x) - \varphi(0))$, где а $\varphi(x)$ и $\varphi(0)$ потенциалы в конечной и начальной точки <2 балла>.

6. Суммарный потенциал закреплённых зарядов в начале 0, в конечной точке $\varphi(x) = k2q/(x + 2L) - kq/(x + L)$ <1+1 =2 балла>.

7. Откуда $V^2 = 2kq^2(\sqrt{2} - 1)/(\sqrt{2} + 1)mL) = (2kq^2/mL)(3 - 2\sqrt{2})$ ($k = 1/4\pi\varepsilon_o$ в СИ). <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	соотношения	Балл
1	Анализ направления суммарной силы		1
2	Критичность точки нулевой силы		1
3	Условие обращения силы в ноль	$k2q^2/(x+2L)^2=kq^2/(x + L^{2)}$	1
4	Выражение для x (аналог)	$x = \sqrt{2}L)$	1
5	Сохранение энергии	$mV^2/2 = q(\varphi(x) - \varphi(0))$	2
6	Потенциалы	$\varphi(0)=0$ $\varphi(x)=k2q/(x+2L)-kq/(x+L)$	1+1
7	Ответ для V^2 или V (возможно без упрощений и подстановки $k = 1/4\pi\varepsilon_o$)	$V^2 = (2kq^2/mL)(3 - 2\sqrt{2})$	2

Примечание: Возможно использование сразу потенциальной энергии взаимодействия тела с зарядами. Но в любом случае для полного балла необходимо указание $\varphi(0)=0$ или $U(0) = 0$.