Заключительный этап Всесибирской олимпиады, 2014-2015

Физика, 8 класс

Возможные решения с баллами. Максимальный балл за задачу – 10.

1) На лабораторной работе надо было определить плотность полнотелых кирпичей марки М150, которые лежали во дворе школы. Однако Коля немного задержался, и когда он пришел, остался всего один кирпич, разбитый на несколько неровных кусков. Коля не растерялся, собрал все осколки кирпича и исследовал следы на земле от тех кирпичей, которые забрали другие школьники. Он обнаружил, что все следы были прямоугольной формы и имели площадь, равную одному из значений: 300 см^2, 150 см^2, 72 см^2. Масса всех осколков оказалась равной 3.6 кг. Определите по этим данным плотность кирпича.

Решение. Для того, чтобы определить плотность кирпича, надо узнать его объем (+1 балл). Так как кирпич является параллелепипедом, то его объем равен $V=a\cdot b\cdot c$ – произведению длин сторон (+1). Площадь граней кирпича равна $a\cdot b$, $b\cdot c$ или $a\cdot c$ (+2). Произведения площадей $(a\cdot b)\cdot(b\cdot c)\cdot(a\cdot c)=(a\cdot b\cdot c)^2=V^2$ (+2), т.е. объем равен 1800 см^3 (+2), а плотность 2 г/см^3= 2000 кг/м^3 (+2).

Длины сторон можно найти и явно. Например, $a^2=(a\cdot b)\cdot(a\cdot c)/(b\cdot c)$ и т.д. Если длины сторон (6 см, 12 см, 25 см) фактически угадываются (т.е. проводится только демонстрация того, что эти значения удовлетворяют условию), то ставится 7 баллов.

2) Дачник использует на даче два одинаковых газовых баллона. Один баллон нужен для подогрева воды, а другой устанавливается в кухонную плиту. Баллон для подогрева воды расходуется у него ровно за 4 недели, а баллон в плите – за 10 недель. Дачник одновременно установил два новых баллона. На какой день после установки баллонов ему нужно поменять их местами, чтобы оба баллона закончились одновременно?

Решение. Обозначим через $T_в$ время расходования баллона при подогреве воды, $T_п$ - время расходования баллона в плите. Доля газа в баллоне, израсходовавшаяся за время t, будет составлять $t/T_в$ (вода) и $t/T_п$ (плита) (+1 балл), а оставшаяся, соответственно, $(1-t/T_в)$ и $(1-t/T_п)$ (+2 балла). Скорость расхода газа в (одинаковых) баллонах относится как $T_п/T_в$ (вода/плита) (+1). Одновременно газ в баллонах закончится, если баллоны поменяют в тот момент, когда отношение оставшегося количества газа будет равно отношению скоростей расхода, т.е. $T_п/T_в$ (+2 балла).

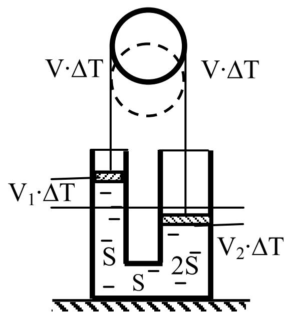
Таким образом, получаем уравнение

$(1-t/T_п)/(1-t/T_в)= T_п/T_в$ (+2 балла)

Преобразуя, получаем $t(T_п/T_в - T_в/T_п)= T_п-T_в$. $t= T_п\cdot T_в/(T_п+T_в)=20/7$ (недель)=20 дней, т.е. дачнику надо сменить баллоны местами на 21-й день после их установки (+2 балла).

3) Вертикальные сообщающиеся сосуды с площадями сечения S и 2S соединены горизонтальным каналом площадью сечения S (см. рис.). Сосуды перекрыты невесомыми подвижными поршнями, и весь объем под поршнями заполнен несжимаемой жидкостью. К поршням прикреплена крепкая нерастяжимая нить, перекинутая через блок. Ось блока начинают перемещать вверх с постоянной скоростью V. С какой средней скоростью начинает двигаться жидкость в горизонтальном канале? Сами сосуды неподвижны, а поршни от жидкости не отрываются.

Решение. Так как объем жидкости постоянен, искомая величина скорости Vx движения воды в горизонтальном канале равна скорости V_1 движения в сосуде того же сечения S (+2 балла). По этой же причине величина скорости V_2 движения поршня в сосуде сечением 2S равна половине от величины V_1: $2S \cdot V_2 = S \cdot V_1$, $V_2 = V_1/2$ (+2). Вследствие сохранения объема жидкости один из поршней двигается вниз (больший), а другой (меньший) – вверх (+1).



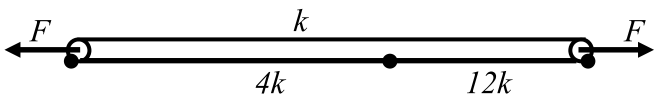
За некоторый промежуток времени ΔT ось блока переместится на расстояние $V \cdot \Delta T$, а смещения поршней составят $V_1 \cdot \Delta T$ и $(-V_2 \cdot \Delta T)$. Знак минус добавлен для того, чтобы учесть, что этот поршень двигается вниз, как и конец нити.

Так как нить не изменяет своей длины, то эти смещения связаны соотношением

$2 \cdot V \cdot \Delta T = V_1 \cdot \Delta T - V_2 \cdot \Delta T$ или $V = (V_1 - V_2)/2$ (+2 балла), т.е. $V_1 = 4V$. Таким образом, скорость воды в горизонтальном канале направлена (по рисунку) влево и равна Vx=4V (+2 балла).

4) Три упругих, хорошо растягивающихся жгута имеют одинаковую длину L, но разные коэффициенты жесткости, *k*, 4*k* и 12*k*. Из них, соединив попарно концами, сделали кольцо общей длиной в нерастянутом состоянии 3L. Кольцо надели на два маленьких блока и растягивают. Какую минимальную силу надо приложить к блокам, чтобы оба блока могли касаться только одного из жгутов? Размером самих блоков и трением в них пренебречь.

Решение



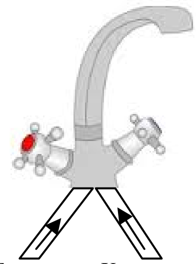
Описываемая в условии ситуация возможна в том случае, когда наименее упругий жгут растянется до длины, равной расстоянию от одного блока до другого, а более жесткие жгуты можно будет сдвинуть на одну сторону от обоих блоков (+1 балл). Это можно обосновать тем, что натяжение всех жгутов будет одинаковым, поэтому всегда жгут с коэффициентом жесткости *k* будет растянут больше, чем любой другой (+1 балл за наличие обоснования). Так как по условию можно пренебречь размером блоков, то самый длинный растянутый жгут будет иметь практически такую же длину, как и два других жгута, с коэффициентами жесткости 4*k* и 12*k*, вместе (+1). Из условия равновесия блоков следует, что сила натяжения жгутов равнаF/2 (+2 балла).

Это позволяет связать длины растянутых жгутов уравнением

$$L + \frac{F/2}{k} = \left(L + \frac{F/2}{4k} \right) + \left(L + \frac{F/2}{12k} \right) \qquad (+3)$$

Решая, получаем $F = 3kL$ (+2 балла)

5) В летнем лагере в домике есть кран, к которому по трубам подают холодную и горячую воду. При нормальной работе холодная вода имеет температуру $T_х$=+20 ^oC, а горячая $T_г$=+70 ^oC. За ночь из-за холодной погоды температура воды в обеих трубах опустилась до T_0=+10 ^oC. Утром одновременно открывают вентили и холодной, и горячей воды. После этого температура воды в каждой из труб, подходящих к крану, начинает повышаться с постоянной скоростью (количество градусов в единицу времени), причем эта скорость для обеих труб одинакова. Через 1 минуту после открывания вентилей температура вытекающей из крана воды достигла T_1=24 ^oC, а еще через 1 минуту температура воды перестала изменяться. Какова установившаяся температура вытекающей воды? Расход воды считать постоянным.



Решение. Если температура воды, вытекающей из крана, перестает меняться, то в обеих трубах значения температуры воды уже стали номинальными, т.е. $T_х$=20 ^oC и $T_г$=70 ^oC (+1 балл).

Вода в «горячей» трубе дольше увеличивала свою температуру, и полное время изменения составило, согласно условию, две минуты. Тогда скорость нарастания температуры составляло для обеих труб $(Tг-T_0)/120=0.5$ ^oC/сек (+1).

Значит, вода в «холодной» трубе стала иметь температуру 20 ^oC уже через 20 секунд после открытия кранов и после уже не изменялась. В этот же момент вода в «горячей» трубе имела температуру T_3=40 ^oC (+1).

Составляем уравнение теплового баланса, в которое входят масса $M_х$ воды, притекающей в *единицу времени* по «холодной» трубе, масса $M_г$ воды, притекающей за тот же промежуток времени по «горячей», а также известная из условия промежуточная температура T_1=24 ^oC:

$M_х\cdot(T_1-T_х)=M_г\cdot(T_3-T_1)$ (+2 балла)

Отсюда находим соотношение $Mх/Mг=4$ (+1 бал), т.е. вентиль холодной воды открыт сильнее.

Теперь составим уравнение теплового баланса для момента, когда значение температуры вытекающей, т.е. смешанной из разных труб, воды достигло установившегося значения T_4.

$M_х\cdot(T_4-T_х)=M_г\cdot(T_г-T_4)$ (+2 балла), откуда находим, что T_4= 30 ^oC (+2 балла).