

Заочный тур 2012-2013

9 класс

Полное решение и получение правильного ответа в указанных в условиях единицах оценивается из 5 баллов за задачу. Если в задаче требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой в том порядке, в каком о них спрашивается в условии. Задача не считается решённой, если приводится только ответ.

1. Человек, проходя вверх по поднимающемуся эскалатору, насчитывает  $N_1 = 10$  ступенек. Когда с той же скоростью относительно эскалатора он проходит вниз, то насчитывает  $N_2 = 30$  ступенек. Сколько ступенек насчитает человек, пройдя неподвижный эскалатор?

**Решение**

При искомом числе ступенек  $N$  и длине пройденного участка  $L$  расстояние между ступеньками  $\lambda = L/N$ . Время прохождения вверх этого участка  $t_1 = L/(v + u)$ , где  $v$  скорость человека,  $u$  эскалатора, время прохождения вниз  $t_2 = L/(v - u)$ . Относительно эскалатора человек пройдёт расстояние  $L_1 = vt_1$  вверх и насчитает  $N_1 = L_1/\lambda = Nv/(v + u)$  ступенек, а вниз  $L_2 = vt_2$  и насчитает  $N_2 = L_2/\lambda = Nv/(v - u)$ . Так как  $1/N_1 + 1/N_2 = 2/N$ , то окончательный ответ  $N = 2N_1N_2/(N_1 + N_2) = 15$ .

**Ответ: 15.**

2. Брошенный под углом камень опустился на прежнюю высоту через время  $t = 4$  с на расстоянии  $L = 60$  м от точки броска. Найдите наибольшую высоту подъёма (в метрах) и начальную скорость камня (в м/с), приняв ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивлением воздуха пренебречь.

**Решение**

Время подъёма равно времени спуска, то есть  $t/2$ . Вертикальная скорость в верхней точке 0 и тогда искомая высота  $h = gt^2/8 = 20$  м. Горизонтальная скорость  $v_x$  неизменна и  $v_x = L/t$ . Начальная вертикальная скорость  $v_y$  за время подъёма  $t/2$  уменьшается до 0, тогда  $v_y = gt/2$ . Тогда для искомой начальной скорости  $v^2 = v_x^2 + v_y^2 = (L/t)^2 + (gt/2)^2 = 625$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>, а  $v = 25$  м/с.

**Ответ: 20; 25.**

3. Край крыши, наклонённой под углом  $45^\circ$  к горизонтали, находится на высоте  $H = 9$  м над землёй. С высоты  $h = 1$  м над краем отпускают мяч. Он после упругого отскока от крыши падает на землю. Найдите, на каком расстоянии по горизонтали (в метрах) от края крыши он упадёт.

**Решение**

Угол отражения равен углу падения, а величина скорости сразу после отскока равна скорости  $v$  перед столкновением. Поэтому мяч полетит горизонтально с начальной скоростью  $v$ . (При падении с высоты  $h$   $v^2 = 2gh$ .) Время полёта расстояния  $H$  по горизонтали найдётся из уравнения  $gt^2/2 = H$ , тогда искомое расстояние  $L = vt = \sqrt{4hH} = 6$  м.

**Ответ: 6.**

4. Чтобы шар был погружён в воду полностью, на него нужно давить вниз с силой  $F$ . Если тянуть шар с такой же силой вверх, то он погружён в воду точно наполовину. Найдите плотность материала шара (в  $\text{кг/м}^3$ ), если плотность воды  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

**Решение**

Пусть масса шара  $m$ , а объём  $V$ . Из условий равновесия в этих случаях с использованием закона Архимеда имеем  $mg + F = \rho_0 Vg$ ;  $mg - F = \rho_0 Vg/2$ . Откуда, исключая  $F$ , получим  $2m = 3\rho_0 V/2$ ,  $\rho = 3\rho_0/4 = 750 \text{ кг/м}^3$ .

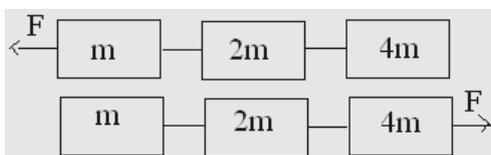
**Ответ: 750.**

5. При температуре на улице  $-15^\circ\text{C}$  температура в комнате  $+25^\circ\text{C}$ . Какой станет температура  $t$  в комнате (в  $^\circ\text{C}$ ) при температуре на улице  $-30^\circ\text{C}$ , если температура отопительной батареи осталась прежней, равной  $+45^\circ\text{C}$ ?

**Решение**

Отток тепла от комнаты на улицу пропорционален разности их температур  $a(t_k - t_y)$ . Приток тепла к комнате от батареи так же пропорционален разности их температур, но возможно с другим коэффициентом пропорциональности  $b(t_6 - t_k)$ . В установившемся состоянии отток тепла на улицу равен притоку тепла от батареи:  $a(t_k - t_y) = b(t_6 - t_k)$ . Поэтому при изменении уличной температуры комнатная температура изменится так, что сохранится прежним отношение  $(t_k - t_y)/(t_6 - t_k) = b/a$ . По исходным данным оно равно 2, тогда  $(t + 30)/(45 - t) = 2$  и  $t = 20^\circ\text{C}$ .

**Ответ: 20.**



6. Тела массой  $m$ ,  $2m$  и  $4m$  связаны невесомыми нерастяжимыми нитями. В первом случае силу  $F$  прикладывают к телу  $m$ , во втором – к телу  $4m$ . Во сколько раз сила натяжения нити между  $m$  и  $2m$  в первом случае больше, чем во втором?

Других внешних сил нет.

**Решение**

Ввиду нерастяжимости нити ускорения всех тел одинаковы. Из 2-го закона Ньютона в применении к системе в целом ускорения одинаковы в 1-м и 2-м случаях. Применим в 1-м случае 2-й закон к «хвосту»  $2m + 4m$ , тогда  $6ma = T_1$ ; во 2-м случае «хвост»  $m$  и  $ma = T_2$ .  $T_1/T_2 = 6$ .

**Ответ: 6.**

7. Одинаковые резисторы соединены кольцом. Омметр, подключённый к одному резистору, показывает сопротивление 16 Ом, а подключённый к двум последовательным резисторам – 24 Ом. Сколько резисторов в кольце? Чему равно (в омах) сопротивление каждого из них?

**Решение**

Если в кольце  $N$  резисторов, а сопротивление каждого из них  $x$ , то  $(N - 1)x/N = 16 \text{ Ом}$ ;  $(N - 2)2x/N = 24 \text{ Ом}$ ;  $N = 5$ ,  $x = 20 \text{ Ом}$ .

**Ответ: 5; 20.**

8. Первый велосипедист проезжает контрольный пункт позже второго на время 120 с. На следующем пункте на расстоянии 1 км от первого запаз-

дывание сократилось до 110 с. На каком расстоянии от второго пункта (в км) произойдёт обгон? Велосипедисты движутся с постоянными скоростями.

**Решение**

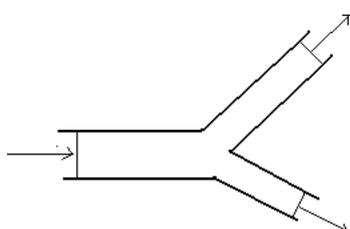
Пусть  $L$  искомое расстояние до момента обгона,  $l = 1$  км расстояние между контрольными пунктами, а  $v_1$  и  $v_2$  скорости велосипедистов. Выразим времена прохождения дистанций от 1-го и 2-го пункта до места обгона, а их разности приравняем запаздываниям:

$$(L + l)/v_1 - (L + l)/v_2 = \tau_1 = 120 \text{ с}; L/v_1 - L/v_2 = \tau_2 = 110 \text{ с};$$

откуда  $L = l\tau_2/(\tau_1 - \tau_2) = 11$  км.

Возможно «геометрическое» решение по графикам движения. Возможно совсем простое решение: при проезде каждого километра запаздывание сокращается на 10 секунд, чтобы оно сократилось до нуля потребуется 110/10 километров!

**Ответ: 11.**



9. По трубе с сечением  $40 \text{ см}^2$  вода движется со скоростью  $50 \text{ см/с}$ . После разветвления трубы на две трубы скорость воды в обеих снижается до  $40 \text{ см/с}$ . Каково сечение нижней трубы (в  $\text{см}^2$ ), если сечение верхней  $30 \text{ см}^2$  ?

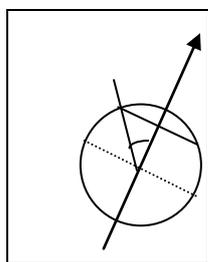
**Решение**

Поскольку объём входящей воды равен объёму выходящей за то же время воды, то имеем  $vS = u(S_1 + S_2)$ ; здесь ежесекундный объёмный расход выражен через сечения труб и скорости. Отсюда находим искомое сечение нижней трубы  $S_2 = vS/u - S_1 = 20 \text{ см}^2$ .

**Ответ: 20.**

10. Два самолёта вылетают из Санкт-Петербурга и облетают землю, двигаясь с одинаковой скоростью. Первый всё время летит на восток и возвращается в Санкт-Петербург за время в два раза меньше, чем второй, который вылетел на север и, не меняя направления, обогнул землю. Под каким углом к вертикали (в градусах) видна Полярная Звезда в Санкт-Петербурге?

**Решение**



Ось суточного вращения проходит через Южный и Северный полюсы Земли и направлена в современную эпоху к Полярной звезде. Второй самолёт пролетает расстояние  $2\pi R$ ,  $R$  радиус Земли. Первый самолёт движется по окружности на широте Петербурга и пролетает расстояние  $2\pi r$ , где  $r = R\sin\alpha$ , а  $\alpha$  искомый угол. При той же скорости время пути в два раза меньше, тогда и путь в два раза меньше и  $\sin\alpha = 1/2$ , а  $\alpha = 30^\circ$ .

Действительно широта Петербурга (отсчёт от плоскости экватора) равна  $60^\circ$ .

**Ответ: 30.**

**Таблица ответов 9 класс**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
15	20; 25	6	750	20	6	5; 20	11	20	30