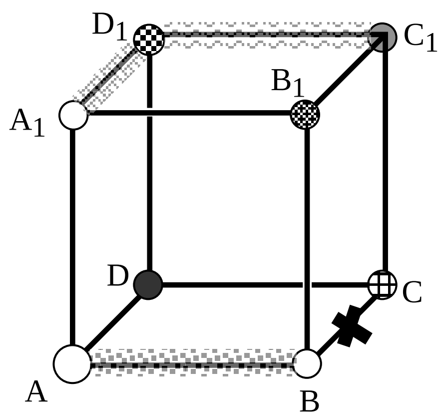
8 класс

1) В одной галактике есть 8 планетных систем. которые для краткости называют A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1. Эти системы расположены в вершинах гигантского куба. Космонавту надо вылететь из системы A, облететь все другие системы и вернуться обратно. Предложите путь, который потребует для такого полета наименьшего времени, если одной заправки топливом ракете хватает только на путь между ближайшими друг к другу планетами. Еще известно, что между B и C орудуют пираты, и там летать нельзя, а на участках между A и B, A_1 и D_1, а также D_1 и C_1 из-за метеоритов скорость полета уменьшается втрое.



Решение: Если время полета между A и D, где нет никаких помех, взять за единицу измерения времени, то полет по пути AB будет 3 единицы. Можно расставить время полета возле каждого ребра куба и выбрать такой путь, чтобы сумма времен была минимальной. Например, для пути $AA_1B_1BB_1C_1CDD_1DA$ время составит 10 единиц, что является минимально возможным временем, так как для движения между 8-ю вершинами надо пройти 7 минимум отрезков. Еще один – для возврата в A. При посещении точек B и D_1 выгоднее возвращаться назад, так как «метеоритноопасный» участок требует 3 единицы времени. Указан один верный путь +4 балла, второй (обратный) +3 балла, обосновано, что больше вариантов нет + 3.

2) Имеется три одинаковых пустых термоса при комнатной температуре и чайник с горячей водой. Немного воды заливают в термос, закрывают пробкой, ждут некоторое время и измеряют температуру воды в этом термосе. Она оказывается на 9 градусов меньше, чем температура воды в чайнике. Потом эту же воду переливают во второй термос и опять ждут. Показания термометра в этом случае стали еще на 6 градуса меньше. Насколько уменьшится температура воды после переливания в третий термос? Что можно сказать о температуре воды, если ее после третьего термоса опять залить в первый, потом второй, и далее по кругу много раз? Теплообменом с окружающей средой, испарением воды и теплоемкостью термометра пренебречь.

Решение: Для ответа на вопрос задачи нет необходимости иметь значения теплоемкости переливаемого (неизвестного) количества воды и внутренней колбы термоса, для записи уравнений достаточно использовать отношения этих теплоемкостей. Запишем уравнение теплового баланса для системы (вода + первый термос) (+1 балл)

$$T_0C_B+T_KC_T=T_1\cdot(C_B+C_T) \qquad (1)$$

В этом уравнении T_0 – температура воды в чайнике, T_K – комнатная температура, T_1 – установившаяся температура в первом термосе, C_B – теплоемкость ($m\cdot C_{уд}$) залитой воды, C_T – теплоемкость внутренней части термоса. Если ввести отношение $C_T/C_B=X$, то уравнение примет вид

$$T_0+T_KX=T_1\cdot(1+X) \quad \text{или} \quad T_KX=T_1\cdot(1+X)-T_0 \qquad (+1)$$

Так как термосы одинаковы и количества воды всегда одно и тоже, то во втором термосе уравнение баланса имеет вид

$$T_1+T_KX=T_2\cdot(1+X) \text{ или } T_KX=T_2\cdot(1+X)-T_1 \quad (+1) \qquad (2)$$

где T_2 – установившаяся температура во втором термосе.

Из уравнений (1) и (2) следует, что

$T_1\cdot(1+X)-T_0= T_2\cdot(1+X)-T_1$, а это уравнение можно переписать в виде $(T_1-T_2)\cdot(1+X)=T_0-T_1$ (+1).

Из условия задачи следует, что $T_0–T_1=9$ и $T_1–T_2=6$, т.е. $X=0.5$ (+2).

Используя уравнения теплового баланса для третьего термоса и уравнение (2), получим

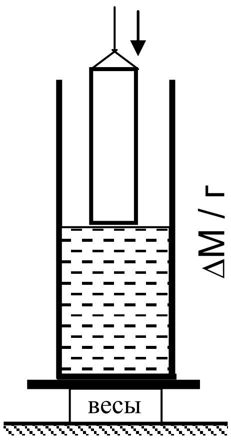
$$(T_2-T_3) =(T_1-T_2)/(1+X)=4\ ^oC. \ (+1)$$

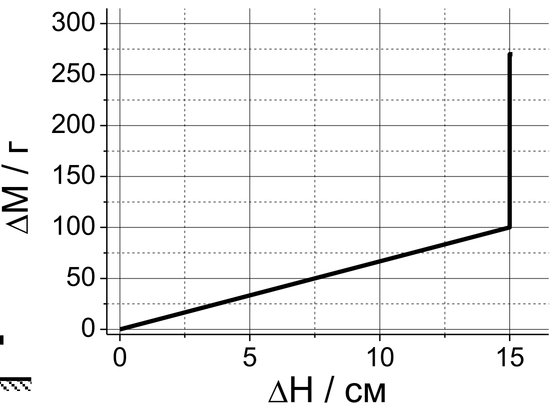
Так как после многократного повторения переливаний температуры воды и всех термосов выровняются, то уравнение теплового баланса будет иметь вид

$$T_0C_B+3T_KC_T=T_N\cdot(C_B+3C_T) \quad \text{или} \quad 3T_KX=T_N\cdot(1+3X)-T_0 \quad (+1). \qquad (3)$$

Действуя, как и раньше, находим $(T_0-T_N)\cdot(1+3X)=3(1+X)\cdot(T_0-T_1)$ или $T_0-T_N= 16.2\ ^oC$ (+2), т.е. вода будет на 16.2 градуса холоднее, чем вначале, или на 2.8 ^oC горячее в сравнении с температурой после первого заливания в третий термос.

3) На весах стоит высокий стакан с водой. Стакан имеет вертикальные стенки и площадь сечения S=20 см^2. С помощью нитки сверху в стакан медленно опускают брусок, сделанный в виде параллелепипеда из шероховатого металла. Перед самым касанием дна брусок полностью погрузился в жидкость. Школьник изобразил на графике *изменения* показаний весов (ΔM) в зависимости от величины смещения бруска (ΔH), считая от момента касания жидкости. Определите по этим данным количество воды, массу бруска и его среднюю плотность. Считать, что ускорение свободного падения (или сила тяжести в расчете на единицу массы) равно g=10 м/с^2.



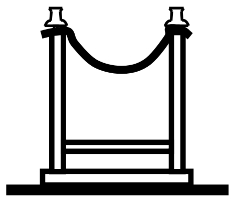


Решение: Из графика следует, что брусок от момента касания воды опустился на H=15 см до касания дна, когда резко увеличились показания весов (сила натяжения нити, за которую был подвешен брусок, стала равной нулю) (+1 балл). Следовательно, объем воды был равен 300 см^3, а масса воды – 300 г (+1). В результате полного опускания бруска масса в стакане возросла на 270 г, значит, столько же весит брусок (+1).

При опускании цилиндра уровень воды поднимался вверх, поэтому давление на дне стакана возрастало (+1). Перед касанием бруска показания весов возросли на ΔM=100 г, значит, *сила* давления на дно возросла на ΔMg=1 Н, а давление на $\Delta Mg/S$=500 Па (+1). Отметим, что сила давления воды на дно стакана возрастала в той же мере, что и сила, действующая на воду со стороны бруска, которая, в свою очередь, равна выталкивающей силе, действующей на брусок, в силу третьего закона Ньютона.

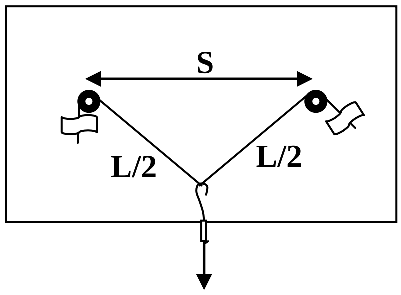
Тогда подъем верхнего уровня воды (плотность ρ) в стакане составил $\Delta h=\Delta Mg/(\rho gS)$=5 см (+1). Далее, из условия полного погружения вычисляем высоту самого бруска $H+\Delta h$ =15+5=20 см (+1). Чтобы найти площадь S_1 основания бруска и его объем, заметим, что когда брусок уже стоит на дне стакана, то практически вся вода вытеснена к стенкам (+1). Из условия сохранения объема воды следует, что $(S-S_1)\cdot(H+\Delta h)=S\cdot H$ (+1), поэтому S_1=5 см^2, а объем бруска $V= S_1\cdot(H+\Delta h)$=100 см^3, средняя плотность будет равна 2.7 г/см^3 (+1).

4) В данной задаче предлагается провести исследование, для которого требуется катушка ниток, линейка или рулетка, могут пригодиться гвозди или кнопки, пластилин или липкая лента и т.д. Возможно, Вы придумаете такой способ, при котором пригодится что-нибудь еще. ***Решением задачи считается описание процедуры и результатов измерений***. В описании должно быть ясно изложено, что и каким образом делалось и измерялось. Разумеется, неразборчивый почерк и грамматические ошибки будут сильно затруднять проверку.



Описание экспериментальной установки:

1) Основой установки может быть любая жесткая конструкция, между двумя точками которой можно привязать нитку. Например, это может быть перевернутая деревянная табуретка, в две ножки которой воткнуты кнопки (см. рис.). Но лучше использовать специальную доску, в которую вбиты два гвоздя на расстоянии 15-50 см по горизонтали.



2) Возьмите недлинную нитку и *прикрепите* концы нитки к этим точкам (гвоздям, кнопкам и т.п.).

3) Измерьте *длину* **L** провисающей между точками крепления нитки и *расстояние* **S** между этими точками по прямой. Занесите числа в таблицу!

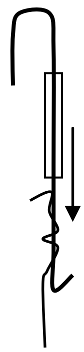
4) К середине провисающей части первой нитки *прикрепите* вторую нитку с *той же самой* катушки и *тяните* до тех пор, пока какая-нибудь из ниток, первая или вторая, не порвется.

5) Запишите номер порвавшейся нитки в таблицу (пример – на рисунке).

Проведите 8-10 опытов, меняя длину L первой нитки с закрепленными концами при фиксированном расстоянии S. Ценность работы значительно возрастет, если будут проведены такие серии экспериментов при разных, хотя бы 3-х, значениях S.

№ опыта	S, см	L, см	S/ L	№ нити
..	…	…		…
3	30	50	0.6	2
4	30	35	0.86	1
..	…	…		…

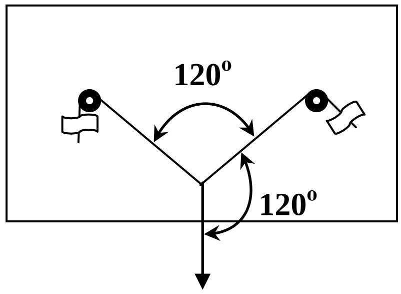
Хорошо будет приложить к решению задачи полученную таблицу с данными, а также фотографию экспериментальной установки.



Цель исследования: Определить величину отношения **S/L**, при котором не удается с уверенностью сказать, какая из ниток порвется, если тянуть за вторую нитку. Другими словами, надо определить границу перехода между ситуацией, когда заведомо рвется вторая нитка, и ситуацией, когда всегда рвется первая.
Указания: Поразмышляйте над тем, влияет ли растяжимость нитки на результат измерений. Если не удастся однозначно определить отношение **S/L**, то предложите варианты объяснения такой неоднозначности. Не забудьте, что измерения следует организовывать так, чтобы не оставлять после себя следов на столах, обоях и т.п.!

Советы: основным неудобством при проведении исследования является необходимость часто заменять оборвавшуюся нитку. Если не удается быстро завязывать узелки, то к кнопкам или гвоздям нитку можно быстро прикрепить, обмотав ее вокруг гвоздя 6-8 раз. Оставшийся конец нити можно закрепить пластилином или липкой лентой на основании. *Не забывайте про то, что надо знать длину нитки между точками крепления*! Вторую нитку удобнее зацеплять за середину первой нитки с помощью легкого крючка. В качестве такого крючка можно использовать скрепку, на которую надет кусочек старого стержня от шариковой ручки. Скрепка 10-15 раз обматывается ниткой, и на это место надвигается трубочка. Получается достаточно надежно. Чтобы скрепка при обрыве второй нитки не улетала далеко ее конец можно загнуть посильнее. Будет неплохо, если удастся предложить другие способы быстрой замены ниток.

Решение оценивается исходя из:
1) оптимальности конструкции установки (до 3-х баллов);
2) количества измерений: >8 – 4 балла, от 6 до 8 – 3 балла, <6 - 2 балла;
3) аккуратности обработки данных – 1 балл;
4) обоснованности вывода – до 2-х баллов.



При аккуратном измерении с нитками, которые очень мало растягиваются, полученное отношение будет близко к $\cos(30^o) \approx 0.87$. Если нитки растягиваются, а вычисляется отношение к длине ненатянутой нити, то будет несколько большее значение. Такой результат связан с тем, что одинаковое натяжение практически невесомых нитей в условиях данного эксперимента будет достигаться при углах между нитями по 120^o. Т.е. неопределенность в номере обрывающейся нити может возникнуть именно при таком значении угла. Соответствующие законы будут изучаться в курсе физики (статика).