

Заочный тур 2012-2013

11 класс

Полное решение и получение правильного ответа в указанных в условиях единицах оценивается из 5 баллов за задачу. Если в задаче требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой в том порядке, в каком о них спрашивается в условии. Задача не считается решённой, если приводится только ответ.

1. Тела с массами  $m$  и  $2m$  подвешены в одной точке на невесомых нитях одинаковой длины. Их отводят в противоположные стороны, поднимая каждое на высоту  $H = 90$  см, и одновременно отпускают. При ударе тела слипаются. На какую высоту (в см) поднимется образовавшееся тело?

**Решение**

Тела столкнутся в нижней точке. Из сохранения энергии скорости их перед столкновением одинаковы по величине и  $v^2 = 2gH$ . Для нахождения скорости после слипания  $u$  воспользуемся законом сохранения импульса:  $Mv - mv = (M + m)u$  (за короткое время удара передачей импульса от внешних сил можно пренебречь). Тогда  $u = v(M - m)/(M + m)$ , а часть кинетической энергии идёт на увеличение внутренней энергии. При подъёме кинетическая энергия образовавшегося тела переходит в потенциальную, и  $u^2 = 2gh$ . И окончательно  $h = Hv^2/u^2 = H(M - m)^2/(M + m)^2$ . А при указанных массах  $h = H((2m - m)/(2m + m))^2 = 10$  см.

**Ответ: 10.**

2. Тележка с песком суммарной массы  $M = 10$  кг катится горизонтально со скоростью  $v = 15$  м/с. Груз массы  $m = 5$  кг падает на тележку с высоты  $h = 5$  м. Найдите выделившееся при ударе тепло (в джоулях). Считайте ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Решение**

При отсутствии трения горизонтальный импульс неизменен, тогда  $(m + M)u = Mv$ .

Выделившееся тепло (приращение внутренней энергии) найдём из уравнения энергетического баланса:  $Q = Mv^2/2 + mgh - (m + M)u^2/2$ . После подстановки и преобразования окончательно  $Q = mMv^2/2(m + M) + mgh = 625$  Дж

**Ответ: 625.**

3. Ракета равномерно движется сквозь разреженное однородное облако пыли. Во сколько раз нужно увеличить силу тяги, чтобы установившаяся скорость ракеты стала вдвое больше?

**Решение**

Считаем, что пылинки прилипают к ракете. Если сечение ракеты  $S$ , а плотность облака  $\rho$ , то при движении со скоростью  $v$  ежесекундное приращение массы  $\rho Sv$ , а импульса  $\rho Sv^2$ . По 2-му закону Ньютона необходимая сила тяги  $F = \rho Sv^2$ . Так как она пропорциональна квадрату скорости, то при удвоении скорости сила тяги возрастает в 4 раза.

**Ответ: 4.**

4. Вертикальный цилиндр, открытый сверху, перекрыт массивным поршнем, который находится в равновесии на высоте 1,5 м от дна. Когда цилиндр перевернули вверх дном, расстояние от поршня до дна стало 3 м. Каким будет это расстояние (в метрах), если цилиндр положить горизонтально. Трения нет, температура неизменна.

**Решение**

Из уравнения состояния идеального газа при неизменной температуре следует неизменность произведения давления на объём. Если  $P$  атмосферное давление, а  $\Delta P$  давление, вызываемое весом поршня, то отсюда имеем  $(P + \Delta P)h_1 = (P - \Delta P)h_2 = Ph$ , где  $h_1 = 1,5$  м,  $h_2 = 3$  м,  $h$  искомое расстояние. Окончательно  $h = 2h_1h_2/(h_1 + h_2) = 2$  м.

**Ответ: 2.**

5. Невесомый поршень находится в равновесии на расстоянии  $h = 11$  см от дна и от открытого верхнего торца вертикального цилиндра. Сверху наливают жидкость, пока она не дойдёт до верхнего края цилиндра. При этом поршень опускается на  $x = 1$  см. Какова плотность жидкости (в  $\text{кг/м}^3$ )? Трения нет, температура неизменна, давление воздуха вне цилиндра  $P = 12$  кПа, принять ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Решение**

Если  $P$  внешнее давление, то конечное давление больше на давление столба жидкости  $\rho g(h + x)$ . Из уравнения состояния идеального газа при неизменной температуре следует неизменность произведения давления на объём. Откуда  $(P + \rho g(h + x))(h - x) = Ph$ ; а  $\rho = Px/g(h^2 - x^2) = 1000$   $\text{кг/м}^3$ .

**Ответ: 1000.**



6. В цилиндре с не проводящими тепло стенками находится проводящий тепло поршень с пренебрежимо малой теплоёмкостью. Слева от него гелий, начальный объём которого  $V_1 = 30$  л, а давление  $P_1 = 4$  МПа, справа при давлении  $P_2 = 3$  МПа в объёме  $V_2 = 10$  л такое же число молей метана. Поршень отпускают. Найдите давление (в мегапаскалях – МПа) после установления полного равновесия. Трения нет, передачей тепла цилиндру и поршню пренебречь. Известно, что внутренняя энергия моля метана при той же температуре вдвое больше, чем у моля гелия.

**Решение**

Внутренняя энергия моля гелия  $(3/2)RT$ , она пропорциональна температуре. Поскольку у моля метана она вдвое больше, а число молей его  $\nu$  такое же, то из неизменности полной энергии имеем  $T_1 + 2T_2 = 3T$ , где  $T$  конечная температура. При равенстве температур и давлений объёмы одинакового числа молей любого идеального газа равны. Так что конечные объёмы равны  $(V_1 + V_2)/2$ . Из уравнения состояния ( $PV = \nu RT$ ) от найденного соотношения температур приходим к уравнению  $P_1V_1 + 2P_2V_2 = (3/2)P(V_1 + V_2)$ ; откуда  $P = 2(P_1V_1 + 2P_2V_2)/3(V_1 + V_2) = 3$  МПа.

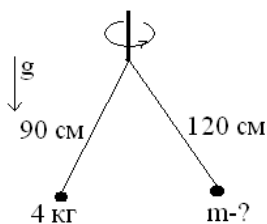
**Ответ: 3.**

7. Ток короткого замыкания батареи с ЭДС 2,5 В равен 0,5 А. Три такие батареи подсоединяют к резистору один раз параллельно, а другой раз последовательно. При каком сопротивлении резистора (в омах) выделяющиеся на нём мощности будут одинаковыми?

**Решение**

Внутреннее сопротивление батареи  $r = \varepsilon/I_0$ , где  $I_0$  ток короткого замыкания, а  $\varepsilon$  – ЭДС. При равенстве мощности равны и токи  $I$  в резисторе с искомым сопротивлением  $R$ . В первом случае  $IR = \varepsilon - Ir/3$  (ток в батарее  $1/3$  тока в  $R$ ), во втором  $IR = 3(\varepsilon - Ir)$ , напряжение на батареях складывается. Откуда  $R = r = \varepsilon/I_0 = 5$  Ом.

**Ответ: 5.**



8. На лёгких нитях длины  $L_1 = 90$  см и  $L_2 = 120$  см к концу вертикального стержня привязаны грузы. При вращении стержня нити отклонены от вертикали на неизменные, разные углы, натяжения же их оказались одинаковы. Масса груза привязанного к первой нити 4 кг. Какова масса другого груза (в килограммах)?

**Решение**

Если длина нити  $L$ , а угол отклонения от вертикали  $\alpha$ , то при вращении с угловой скоростью  $\omega$  ускорение равно  $\omega^2 L \sin \alpha$ . Поскольку ускорение горизонтально, то оно вызывается горизонтальной составляющей натяжения нити  $T \sin \alpha$ . Из второго закона Ньютона  $M \omega^2 L \sin \alpha = T \sin \alpha$ , где  $M$  масса рассматриваемого груза, тогда следует, что произведение массы на длину нити для рассматриваемых грузов одинаково  $ML = \text{const}$ . Тогда  $M_2 = M_1 L_1 / L_2 = 3$  кг.

**Ответ: 3.**

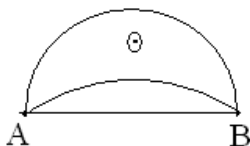
9. Восемь отдалённых друг от друга одинаковых сферических капель ртути заряжены до потенциала  $\phi_0 = 15$  В каждая. Их сблизили и они слились в одну сферическую каплю. Найдите её потенциал (в вольтах).

**Решение**

Заряд равномерно распределяется по поверхности капель. При заряде  $q$  и радиусе  $r$  потенциал капли  $\phi_0 = kq/r$ ; а после слияния  $\phi = kQ/R$ , где  $Q = 8q$ , а радиус  $R$  найдётся из условия неизменности объёма  $R^3 = 8r^3$ . Окончательно имеем  $\phi = 4\phi_0 = 60$  В.

**Ответ: 60.**

10. В однородном магнитном поле протон, запущенный из точки А перпендикулярно отрезку АВ, через некоторое время попадает в точку В. Под каким углом к АВ (в градусах) вылетел однозарядный ион гелия-3 из точки А, если он за такое же время долетел до точки В? Масса иона гелия-3 равна тройной массе протона.



**Решение**

В плоскости перпендикулярной однородному магнитному полю движение ионов происходит по окружности. Магнитная сила равна  $eVv$ , где  $e$  заряд иона,  $v$  его скорость, а  $V$  вектор магнитной индукции. По 2-му закону Ньютона  $mv^2/R = eVv$ . Откуда угловая скорость  $\omega = v/R = eV/m$ . Угол пово-

рота скорости протона  $2\varphi_0 = qVt/m = 180^\circ$  в градусной мере; угол поворота для иона гелия (тройная масса) в 3 раза меньше, и тогда  $\varphi = 90^\circ/3 = 30^\circ$ .

**Ответ: 30.**

**Таблица ответов 11 класс**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>10</b>	<b>625</b>	<b>4</b>	<b>1000</b>	<b>20</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>60</b>	<b>30</b>