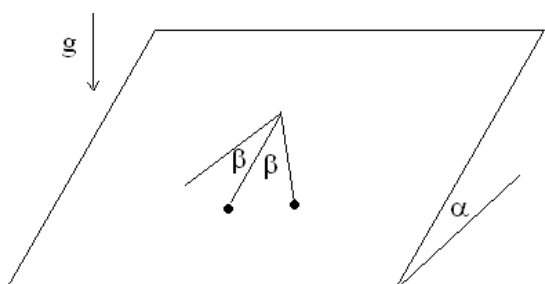


Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике 17 февраля 2013

Решения и разбалловка 11 класс



1. На наклонной плоскости, образующей угол α с горизонталью, груз удерживается натянутой нитью, привязанной к гвоздю. Нить параллельна плоскости. Груз остаётся в равновесии, когда направление нити образует угол меньший β с её направлением при нижнем положении груза, а при большем угле – нет. Найдите коэффициент трения μ груза с плоскостью.

Решение

На груз действуют силы трения F (лежит в плоскости и перпендикулярна нити), натяжение нити T (лежит в плоскости), сила тяжести mg (вертикальна) и сила нормального давления N (перпендикулярна плоскости) (2 балла). Из равновесия сил по нормали к плоскости $N = mg \cos \alpha$ (1 балл). Составляющая силы тяжести в наклонной плоскости $mg \sin \alpha$, а её проекция по перпендикуляру к нити $mg \sin \alpha \sin \beta$ (2 балла), она уравнивается силой трения (1 балл). В граничном случае начинается проскальзывание и $F = \mu N$ (1 балл). Откуда $\mu mg \cos \alpha = mg \sin \alpha \sin \beta$ (2 балла) и окончательный ответ: $\mu = \tan \alpha \sin \beta$ (1 балл).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Указание действующих сил и их направлений		2
Выражение для силы нормального давления	$N = mg \cos \alpha$	1
Выражение силы трения при проскальзывании	$F = \mu N$	1
Выражение тангенциальной проекции силы тяжести	$mg \sin \alpha \sin \beta$	2
Уравнивание её силой трения (уравнение)	$\mu mg \cos \alpha = mg \sin \alpha \sin \beta$	3
Ответ	$\mu = \tan \alpha \sin \beta$	1

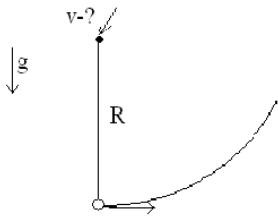
2. Вертикальный цилиндр на высоте H от дна цилиндра перекрыт двумя тонкими массивными поршнями с малым зазором между ними, при этом система находится в равновесии. В нижнем поршне открыли отверстие, через которое медленно просачивается воздух. Когда нижний поршень опустился на дно, верхний поднялся до высоты H_1 от дна. На какой высоте x был верхний поршень, когда нижний располагался точно посередине между верхним поршнем и дном? Температура и атмосферное давление неизменны, трения нет.

Решение

Медленное просачивание означает, что в промежуточных состояниях достигается механическое равновесие (1 балл). Тогда давления в зазоре P и под нижним поршнем P_1 неизменны (второе больше из-за веса нижнего поршня) (1 балл). Применим уравнение состояния идеального газа к исходной и конечной ситуации. $P_1 H S = \nu RT$; $P H_1 S = \nu RT$, откуда $P_1/P = H_1/H$ (2 балла). Для серединного положения $P_1 x S/2 = \nu_1 RT$; $P x S/2 = \nu_2 RT$, а суммарное число молей ν (3 балла). Складывая последние два уравнения находим $(P_1 + P)x S/2 = \nu RT$ и получаем уравнение для x (2 балла). Ответ $x = 2H H_1 / (H + H_1)$ (1 балл).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Указание на равновесие в промежуточных состояниях и неизменность давлений P и P_1		2
Нахождение отношений давлений P и P_1 из уравнения состояния идеального газа	$P_1 H S = \nu RT$; $P H_1 S = \nu RT$, откуда $P_1/P = H_1/H$	2
Уравнения состояния для серединного положения, с учётом сохранения суммарного числа молей	$P_1 x S/2 = \nu_1 RT$; $P x S/2 = \nu_2 RT$, $\nu = \nu_1 + \nu_2$	3
Решение уравнений, получение ответа	$x = 2H H_1 / (H + H_1)$	2+1



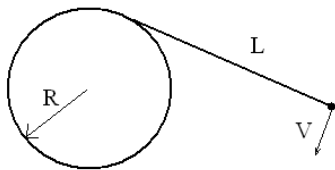
3. Груз висящий на нити длины R , привязанной к гвоздю, толкнули так, что он поднялся и затем попал в гвоздь. Какова его скорость в момент удара о гвоздь? Ускорение свободного падения g .

Решение

Траектория состоит из дуги окружности (пока нить натянута) и параболы, проходящей через гвоздь и продолжающей дугу по касательной к ней (нить смята) (1 балл). В точке перехода натяжение обращается в нуль (1 балл), из 2-го закона Ньютона в проекции на радиальное направление: $mu^2/R = mg\sin\alpha$, И для скорости в этой точке имеем $u^2 = Rg\sin\alpha$, где α угол образуемый нитью с горизонталью (3 балла). Условие попадания в гвоздь для перемещений по горизонтали $R\cos\alpha = u\sin\alpha t$ (1 балл), и вертикали $R\sin\alpha = gt^2/2 - u\cos\alpha t$ (1 балл). Исключая t и u находим $\sin^2\alpha = 1/3$ (1 балл). Из сохранения энергии или из кинематики $v^2 = u^2 + 2Rg\sin\alpha = 3Rg\sin\alpha$ (1 балл), а ответ $v^2 = \sqrt{3Rg}$ (это скорость попадания в гвоздь!) (1 балл)..

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Указание на вид траектории (сопряжение!)		1
Обращение натяжения в нуль в точке перехода		1
Выражение для u^2 из 2-го закона Ньютона	$mu^2/R = mg\sin\alpha, u^2 = Rg\sin\alpha$	3
Рассмотрение перемещений по горизонтали и вертикали; нахождение $\sin^2\alpha$	$R\cos\alpha = u\sin\alpha t; R\sin\alpha = gt^2/2 - u\cos\alpha t; \sin^2\alpha = 1/3$	1+1+1
Нахождение скорости попадания в гвоздь	$v^2 = u^2 + 2Rg\sin\alpha$	1
Ответ	$v^2 = \sqrt{3Rg}; v = 3^{1/4}(Rg)^{1/2}$	1



4. Нить с точечным грузом массы m на конце привязана к столбу радиуса R и наматывается на него. В некоторый момент длина прямолинейного натянутого участка L , а скорость груза V . Каким будет натяжение нити, когда половина её ($L/2$) наматывается на столб? Через какое время это произойдет? Никаких сил кроме натяжения нити на груз не действует.

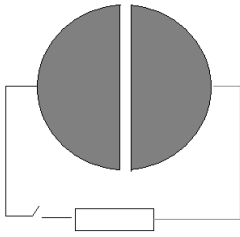
Решение

Из нерастяжимости нити (скорость нити в точке касания со столбом нулевая) следует перпендикулярность скорости и нити (1б). Натяжение направлено вдоль нити и перпендикулярно скорости, то есть величина скорости V не меняется (1б). Угол поворота нити за малое время dt $d\phi = Vdt/x$, где x оставшаяся длина не намотанной части (1б). Вектор скорости V повернется на тот же угол и тогда поперечное (центростремительное ускорение) $a = Vd\phi/dt = V^2/x$ (1б)! Ускорение направлено вдоль нити и её натяжение $T = mV^2/x, x = L/2 T = 2mV^2/L$ (1б).

Для нахождения искомого времени намотки до длины $L/2$ рассмотрим малое сокращение длины хвоста от x_1 до x_2 за малое время dt . При повороте на $d\phi$ длина «хвоста» сократится на $Rd\phi$ (1б), а угол поворота $d\phi = Vdt/x_{cp}$, где $x_{cp} = (x_1 + x_2)/2$ средняя длина «хвоста» (1б). $x_1 - x_2 = Rd\phi = RVdt/x_{cp}$, откуда $dt = (x_1^2 - x_2^2)/2RV$ (1б), а суммарное время $t = (x_{нач}^2 - x_{кон}^2)/2RV = 3L^2/8RV$ (2б).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Вывод о перпендикулярности скорости нити)		1
Неизменность величины скорости		1
Нахождение центростремительного ускорения	$a = V^2/x$	2
Нахождение натяжения	$T = 2mV^2/L$	1
Нахождение времени малого сокращения	$dt = (x_1^2 - x_2^2)/2RV$	3
Нахождение суммарного времени	$t = (x_{нач}^2 - x_{кон}^2)/2RV = 3L^2/8RV$	2



5. Проводящие полушария радиуса R имеют зазор d между плоскими торцами (d много меньше R). Начальные заряды их q_1 и q_2 . Полушария замыкают на время, за которое через ключ проходит заряд q . Какое тепло при этом выделится? Какое тепло выделится, если ключ оставляют замкнутым на очень большое время? Зарядом на замыкающей цепи пренебречь.

Решение

$$C = \epsilon_0 \pi R^2 / d; Q = [(q_1 - q_2)^2 - [(q_1 - q_2 - 2q)^2] / 8C = [q(q_1 - q_2) - q^2] / 2C; Q_{\max} = (q_1 - q_2)^2 / 8C.$$

Заряд находится на поверхности проводников – внутри них поле отсутствует. Этому требованию удовлетворяет распределение заряда, когда на обращенных друг к другу плоских поверхностях заряды $\pm \frac{1}{2} (q_1 - q_2)$, а на внешней поверхности однородно распределен оставшийся заряд, $\frac{1}{2} (q_1 + q_2)$ на каждой полусфере (3 балла). Замыкание цепи не меняет суммы зарядов. Заряды на образующих плоский конденсатор границах зазора станут $\pm \frac{1}{2} (q_1 + q_2 - 2q)$ (1 балл). Изменится только электрическое поле внутри этого конденсатора. Его энергия уменьшится на $W = \frac{1}{8C} (q_1 - q_2)^2 - \frac{1}{8C} (q_1 - q_2 - 2q)^2$ (1 балл), где ёмкость конденсатора $C = \epsilon_0 \pi R^2 / d$ (1 балл). Искомое тепло и равно $W = \frac{q (q_1 - q_2 - q)}{2C} = q(q_1 - q_2 - q)d / 2\pi \epsilon_0 R^2$ (2 балла). За достаточно большое время конденсатор разрядится и конечный заряд будет нулевым, при этом будет максимальное выделение тепла $W_{\max} = \frac{(q_1 - q_2)^2}{8C} = (q_1 - q_2)^2 d / 8\pi \epsilon_0 R^2$ (2 балла).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Установление распределения зарядов	$\pm \frac{1}{2} (q_1 - q_2); \frac{1}{2} (q_1 + q_2)$ на полусфере	3
Конечные заряды «конденсатора»	$\pm \frac{1}{2} (q_1 + q_2 - 2q)$	1
Вывод о изменении поля лишь внутри зазора, нахождение убыли энергии и ёмкости	$W = \frac{1}{8C} (q_1 - q_2)^2 - \frac{1}{8C} (q_1 - q_2 - 2q)^2;$ $C = \epsilon_0 \pi R^2 / d$	2
Равенство тепла W и ответ	$W = q(q_1 - q_2 - q)d / 2\pi \epsilon_0 R^2$	2
Нахождение тепла за большое время	$W_{\max} = (q_1 - q_2)^2 d / 8\pi \epsilon_0 R^2$	2

Задача не считается решённой, если приводится только ответ!