

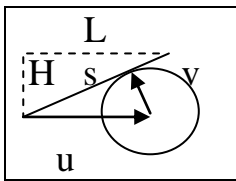
Заочный тур 2012-2013

10 класс

Полное решение и получение правильного ответа в указанных в условиях единицах оценивается из 5 баллов за задачу. Если в задаче требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой в том порядке, в каком о них спрашивается в условии. Задача не считается решённой, если приводится только ответ.

1. Вам необходимо переплыть реку шириной $H = 400\text{ м}$ так, чтобы на другом берегу оказаться на расстоянии $L = 300\text{ м}$ ниже по течению от места старта. При какой вашей наименьшей скорости относительно воды (в м/с) это возможно, если скорость течения $u = 2,5\text{ м/с}$?

Решение



Скорость относительно берега $\mathbf{V} = \mathbf{u} + \mathbf{v}$, где \mathbf{v} скорость относительно воды. \mathbf{V} направлено по перемещению s относительно берега. Минимальность скорости v отвечает перпендикулярности \mathbf{V} (\mathbf{s}) и \mathbf{v} . Откуда $v/u = H/s$. Поскольку $s^2 = H^2 + L^2$, то $s = 500\text{ м}$ и $v = 2\text{ м/с}$.

Ответ: 2.

2. Край крыши, наклонённой под углом 45° к горизонтали, находится на высоте $H = 9\text{ м}$ над землёй. С высоты $h = 1\text{ м}$ над краем отпускают мяч. Он после упругого отскока от крыши падает на землю. Найдите, на каком расстоянии по горизонтали (в метрах) от края крыши он упадёт.

Решение

Угол отражения равен углу падения, а величина скорости сразу после отскока равна скорости v перед столкновением. Поэтому мяч полетит горизонтально с начальной скоростью v . (При падении с высоты h $v^2 = 2gh$.) Время полёта расстояния H по вертикали найдётся из уравнения $gt^2/2 = H$, тогда искомое расстояние $L = vt = \sqrt{4hH} = 6\text{ м}$.

Ответ: 6.

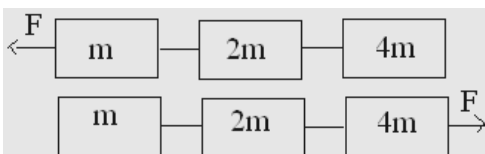
3. Мяч после отскока пролетел первые 3 м вверх за время $t = 0,3\text{ с}$. Какое время (в секундах) ещё летел мяч до падения на землю? Соппротивлением воздуха пренебречь, принять ускорение свободного падения $g = 10\text{ м/с}^2$.

Решение

Исключая начальную скорость из формул перемещения для равноускоренного движения, получим $T = 2h/gt = 2\text{ с}$. Или немного иначе $vt - gt^2/2 = h$ и $v = h/t + gt/2$. Время всего полёта $T + t = 2v/g$, тогда $T = 2v/g - t = 2h/gt = 2\text{ с}$.

Ответ: 2.

4. Тела масс m , $2m$ и $4m$ связаны невесомыми нерастяжимыми нитями.



В первом случае силу F прикладывают к телу m , во втором – к телу $4m$. Во сколько раз сила натяжения нити между m и $2m$ в первом случае больше, чем во втором? Других внешних сил нет.

Решение

Ввиду нерастяжимости нити ускорения всех тел одинаковы. Из 2-го закона Ньютона в применении к системе в целом ускорения одинаковы в 1-м и 2-м случаях. Применим в 1-м случае 2-й закон к «хвосту» $2m + 4m$, тогда $6ma = T_1$; во 2-м случае «хвост» m и $ma = T_2$. $T_1/T_2 = 6$.

Ответ: 6.

5. На обледеневшем участке шоссе коэффициент трения с шинами автомобиля меньше в 4 раза, чем на необледеневшем. Во сколько раз нужно уменьшить скорость, чтобы тормозной путь остался прежним?

Решение

Из равенства изменения кинетической энергии работе силы трения имеем $V^2 = 2\mu gL$; $V_0^2 = 2\mu_0 gL$. Откуда $V_0/V = 2$. Есть решения с нахождением ускорения и рассмотрением равноускоренного движения до остановки.

Ответ: 2.

6. Бруски связаны нитью, проходящей через блок без трения. Если гирю в 1 кг поставить на правый брусок, то он опускается с ускорением $a_1 = g/2$, где g ускорение свободного падения. Если гирю поставить на левый, то правый брусок опускается с ускорением $a_2 = g/4$. Найдите сумму масс брусков (в кг).

Решение

Используя 2-й закон Ньютона и равенство ускорений по модулю и исключив натяжение, имеем

$$(m_2 + m + m_1)a_1 = (m_2 + m - m_1)g; (m_2 + m + m_1)a_2 = (m_2 - m - m_1)g;$$

откуда $m_2 + m_1 = 7m = 7$ кг.

Ответ: 7.

7. Тела с массами m и $2m$ подвешены в одной точке на невесомых нитях одинаковой длины. Их отводят в противоположные стороны, поднимая каждое на высоту $H = 90$ см, и одновременно отпускают. При ударе тела слипаются. На какую высоту (в см) поднимется образовавшееся тело?

Решение

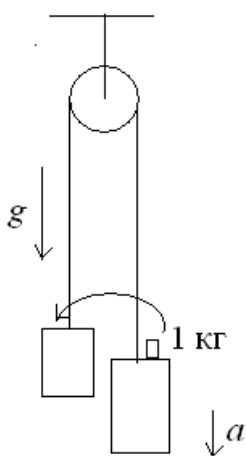
Тела столкнутся в нижней точке. Из сохранения энергии скорости их перед столкновением одинаковы по величине и $v^2 = 2gH$. Для нахождения скорости после слипания и воспользуемся законом сохранения импульса:

$Mv - mv = (M + m)u$ (за короткое время удара передачей импульса от внешних сил можно пренебречь). Тогда $u = v(M - m)/(M + m)$, а часть кинетической энергии идёт на увеличение внутренней энергии. При подъёме кинетическая энергия образовавшегося тела переходит в потенциальную, и $u^2 = 2gh$. И окончательно $h = Hv^2/u^2 = H(M - m)^2/(M + m)^2$. А при указанных массах $h = H((2m - m)/(2m + m))^2 = 10$ см.

Ответ: 10.

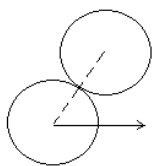
8. Сжатая лёгкая пружина связана нитью и вставлена между покоящимися телами с массами M и m . Нить мгновенно перерезали. При каком отношении масс M/m тело массы m получит 80% энергии пружины?

Решение



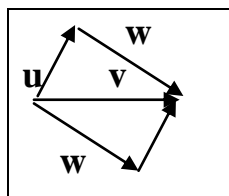
Из сохранения импульса $Mv = mu$, где v и u скорости разлёта тел. Из сохранения энергии $Mv^2/2 + mu^2/2 = E$. Так как $mu^2/2 = 0,8E$, то после подстановок находим $M/m = 4$.

Ответ: 4.



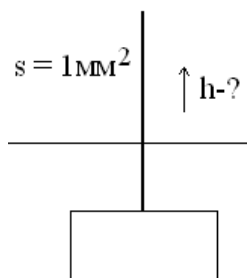
9. На покоящийся гладкий шар налетает со скоростью v другой такой же. После упругого столкновения исходно покоящийся шар летит со скоростью $u = v/2$. Какой угол (в градусах) в момент столкновения образует скорость v с отрезком, соединяющим центры шаров?

Решение



Массы шаров равны, тогда из сохранения импульса имеем $u + w = v$, где w вектор скорости налетавшего шара. Из упругости столкновения сумма кинетических энергий неизменна, тогда $u^2 + w^2 = v^2$. Отсюда следует, что «треугольник скоростей» прямоугольный, угол между u и w прямой. Для гладких шаров u направлено по отрезку, соединяющим их центры, а искомый угол это угол α между u и w . $u = v \cos \alpha = v/2$, $\alpha = 60^\circ$.

Ответ: 60.



10. Брусек с воткнутой спицей сечения $s = 1 \text{ мм}^2$ плавает в чистой воде. Их общая масса $m = 10 \text{ г}$. В воде растворили соль, при этом плотность возросла от $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$ до $\rho = \rho_0(1 + 3/10000)$. На какое h увеличится длина части спицы в воздухе? Ответ округлить до целого числа миллиметров.

Решение

Найдём из закона Архимеда объёмы погружённой части «поплавок». Поскольку изменение этого объёма равно sh , то получим уравнение $hs = m/\rho_0 - m/\rho$ и $h = m(\rho - \rho_0)/s\rho\rho_0 = 3 \text{ мм}$.

Ответ: 3.

Таблица ответов 10 класс

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	6	2	6	2	7	10	4	60	3