

Задание 1. (20 баллов) Сколько способов расставить 2 коня на доске 5 на 5 так, чтобы они не били друг друга?

Задание 2. (20 баллов) Рассмотрим дерево, в котором помечена одна вершина, называемая корнем. Назовём глубиной расстояние от корня до вершины. Слоем будем называть множество вершин с одинаковой глубиной. Будем называть полным бинарным деревом такое дерево, в котором на каждом слое, кроме самого глубокого, у вершин ровно 2 потомка, а на последнем слое у вершин нет детей.

Дано полное бинарное дерево, подвешенное за корень. Двое играют на нем в игру.

За ход можно удалить ребро, которое ведет от вершины на глубине не менее 5 к ребенку. При этом ребенок становится корнем в новом дереве. Для образовавшихся в ходе игры деревьев глубина считается от нового корня. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

Рассмотрим множество всех таких $K = \{k_1, k_2, \dots, k_n, \dots\}$, для которых у второго игрока существует выигрышная стратегия. Найдите сумму $\left(\frac{1}{2}\right)^{k_1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{k_2} + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{k_n} + \dots$ по всем k_i из множества K . Ответ умножьте на 1000 и отбросьте дробную часть.

Задание 3. (20 баллов) Есть число 47252683745. Можно выбрать 2 цифры и одну из них увеличить, а вторую уменьшить. При увеличении цифры 9 на её месте появляется 0. При уменьшении цифры 0 на её месте появляется 9. Лидирующие нули при этом процессе стираются. Какое минимальное число, делящееся на 9 можно получить такими операциями?

Задание 4. (20 баллов) Число в системе счисления с основанием 16 выглядит как выписанная 999 раз подряд последовательность ABC. Найдите остаток этого числа по модулю 17. Ответ дайте в десятичной системе счисления.

Задание 5. (20 баллов) Сколько путей существует из нижней левой клетки в верхнюю правую клетку доски 15 на 15 королём, если каждым своим ходом он должен уменьшать манхэттенское расстояние до правого верхнего угла.

Король - это фигура, которая за один ход может переместиться на любую соседнюю клетку, в том числе и по диагонали.

Манхэттенское расстояние между клетками (x_1, y_1) и (x_2, y_2) - это значение выражения $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$, где x_1 и x_2 - номера строк, а y_1 и y_2 - номера столбцов.