

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2021-2022 гг

Первый этап

10 класс

Время написания работы 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

10.1. Из Пахомово в Воробьёво шёл Иван. Ровно в полдень, когда он преодолел $\frac{4}{9}$ всего пути, вдогонку ему из Пахомово выехал велосипедист Фома, а навстречу ему из Воробьёво вышел Ерёма. Фома обогнал Ивана в 13 часов, и встретил Ерёму в 13 часов 30 минут. Когда встретятся Иван и Ерёма?

10.2. Пусть x, y, z - действительные числа такие, что $(x + y + z)(xy + yz + xz) = xyz$. Докажите, что среди чисел x, y, z обязательно найдутся два, сумма которых равна нулю.

10.3. Набор из 35 прямоугольников, не являющихся квадратами, длины сторон которых являются целыми числами, таков, что из них можно составить 9 квадратов размера 10 см на 10 см. Докажите, что из прямоугольников этого набора можно составить два прямоугольника, площади которых различаются не более, чем 80 см^2 . В обоих случаях используются все прямоугольники набора.

10.4. Собственным делителем натурального числа называется любой его делитель, отличный от 1 и самого числа. Найти все натуральные числа, у которых максимальный собственный делитель на 2 больше квадрата минимального собственного делителя.

10.5. Докажите, что для любой точки М внутри равностороннего треугольника ABC такой, что величина угла AMC равна 150° , из отрезков MA, MB и MC можно составить прямоугольный треугольник.

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2021-2022 гг

Первый этап

10 класс

Время написания работы 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

10.1. Из Пахомово в Воробьёво шёл Иван. Ровно в полдень, когда он преодолел $\frac{4}{9}$ всего пути, вдогонку ему из Пахомово выехал велосипедист Фома, а навстречу ему из Воробьёво вышел Ерёма. Фома обогнал Ивана в 13 часов, и встретил Ерёму в 13 часов 30 минут. Когда встретятся Иван и Ерёма?

10.2. Пусть x, y, z - действительные числа такие, что $(x + y + z)(xy + yz + xz) = xyz$. Докажите, что среди чисел x, y, z обязательно найдутся два, сумма которых равна нулю.

10.3. Набор из 35 прямоугольников, не являющихся квадратами, длины сторон которых являются целыми числами, таков, что из них можно составить 9 квадратов размера 10 см на 10 см. Докажите, что из прямоугольников этого набора можно составить два прямоугольника, площади которых различаются не более, чем 80 см^2 . В обоих случаях используются все прямоугольники набора.

10.4. Собственным делителем натурального числа называется любой его делитель, отличный от 1 и самого числа. Найти все натуральные числа, у которых максимальный собственный делитель на 2 больше квадрата минимального собственного делителя.

10.5. Докажите, что для любой точки М внутри равностороннего треугольника ABC такой, что величина угла AMC равна 150° , из отрезков MA, MB и MC можно составить прямоугольный треугольник.