

**Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике
2021-2022 гг.**

Дополнительный отборочный этап

10 класс

Все задачи оцениваются из 7 баллов

10.1. В ОАО «Инновационная финансовая пирамида» ровно 2021 акционер, причём любые 1100 из них в сумме владеют не менее, чем 50% процентами всех акций общества. Какой максимальной долей акций может владеть один акционер?

10.2. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность с центром O. Известно, что площадь четырёхугольника AOCD равна половине площади ABCD. Найти величину угла между диагоналями AC и BD.

10.3. Найти все пятизначные натуральные числа, уменьшающиеся после вычёркивания средней цифры в целое число раз.

10.4. Десять шахматистов за девять дней сыграли полный однокруговой турнир, в ходе которого каждый из них сыграл с каждым ровно одну партию. Каждый день игралось ровно пять партий, каждый шахматист был задействован ровно в одной из них. Для какого максимального $n \leq 9$ можно утверждать, что, независимо от расписания, в конце некоторого игрового дня с номером $k \leq 8$ обязательно найдутся n шахматистов, уже сыгравших между собой все положенные в турнире партии?

10.5. Найти максимальное значение суммы $x_1(1-x_2) + x_2(1-x_3) + \dots + x_6(1-x_7) + x_7(1-x_1)$ для произвольных чисел x_1, x_2, \dots, x_7 из интервала $[0,1]$.