

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2020-2021 гг

Первый этап

9 класс

Время написания работы 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

9.1. По кругу сидят рыцари и лжецы – всего 12 человек. Каждый из них сказал фразу: «Все сидящие за столом, кроме, может быть, меня и моих соседей, лжецы». Сколько за столом рыцарей, если рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут?

9.2. Сергей раскладывает 200 спичек на 6 разных кучек. Боря уравнивает количества спичек в некоторых двух кучках, взяв несколько спичек из большей из них (один раз). Боря стремится взять как можно меньшее количество спичек. Какое максимальное число спичек может Сергей заставить взять Борю?

9.3. Найти все тройки различных натуральных чисел, наименьшее общее кратное которых равно их сумме. Наименьшим общим кратным нескольких чисел называется наименьшее натуральное число, делящееся на каждое из этих чисел.

9.4. В треугольнике ABC точка M – середина стороны BC, H – основание высоты, опущенной из вершины B.. Известно, что угол MCA вдвое больше угла MAC, а длина BC равна 10 см. Найти длину отрезка AH.

9.5. Докажите, что любые 100 карточек, на которых написано по одной цифре 1, 2 или 3, встречающейся не более чем по 50 раз каждая, можно разложить в один ряд так, чтобы в нём не было фрагментов 11, 22, 33, 123 и 321.