

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2020-2021 г.г. по математике

Второй этап

8 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов.

8.1. Большие песочные часы отмеряют час, а маленькие – 11 минут. Как с помощью таких часов отмерить минуту?

8.2. Ученики 8 класса обменивались стикерами 31 декабря и 1 января. Оказалось, что 31 декабря каждый получил столько стикеров, сколько все остальные в сумме 1 января. Докажите, что все ученики получили поровну стикеров.

8.3. Имеются сломанные чашечные весы. Чаши весов находятся в равновесии, если вес на правой чаше равен утроенному весу на левой чаше. Правая чаша перевешивает, если вес на ней больше утроенного веса на левой чаше. Левая чаша перевешивает, если утроенный вес на ней больше веса на правой чаше. Как с помощью этих весов за два взвешивания найти фальшивую монету из 7 данных, если известно, что все 6 настоящих монет весят одинаково, а фальшивая легче остальных?

8.4. Дан треугольник ABC с углом BAC , равным 30° . В этом треугольнике провели медиану BD , и оказалось, что угол BDC равен 45° . Найдите угол ABC .

8.5. В городе Омск построили метро, представляющее собой прямую линию. На этой же прямой расположен дом, в котором живут Никита и Егор. Каждое утро они одновременно выходят из дома на уроки, после чего Егор бежит к ближайшей станции метро со скоростью 12 км/ч, а Никита идёт вдоль линии метро к другой станции со скоростью 6 км/ч. Несмотря на это, каждый день Никита успевает к первому уроку, а Егор – нет, хотя нигде не задерживается. Найдите наибольшую возможную скорость поездов метро, если известно, что она постоянна и равна целому числу. (Считайте, что школа расположена прямо на некоторой станции метро, отличной от данных).