

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2020-2021 г.г. по математике

Заключительный этап

8 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов.

Время выполнения 4 астрономических часа.

8.1. Из квадрата 5 на 5 вырезана угловая клетка. Разрежьте его по линиям сетки на шесть многоугольников равной площади таким образом, чтобы среди них была ровно одна пара одинаковых.

8.2. В сказочной стране каждый поросёнок либо всегда врёт, либо всегда говорит правду, причём каждому поросёнку достоверно известно про каждого, лжец ли он. Однажды Ниф-Ниф, Наф-Наф и Нуф-Нуф встретились за чашечкой чая, и двое из них сделали по заявлению, однако, неизвестно, кто именно что произнёс. Один из трёх поросят сказал: “Ниф-Ниф и Наф-Наф оба всегда врут”. Другой: “Ниф-Ниф и Нуф-Нуф оба всегда врут”. Определите, сколько врунов среди трёх поросят.

8.3. В городе живут четыре ювелира, которым царь выслал 13 мешков с золотом. В первом мешке лежал один слиток золота, во втором – два, в третьем – три, ..., в тринадцатом – 13 золотых слитков. Один из мешков сразу куда-то потерялся, а оставшиеся ювелиры распределили так, что каждому досталось и равное количество золотых слитков, и равное количество мешков. При этом мешок с одним слитком достался первому ювелиру, с тремя – второму, с одиннадцатью – третьему. Определите, какие мешки достались четвёртому ювелиру, если слитки из мешков не доставали.

8.4. На отрезке AB выбрали точку M и построили равнобедренные треугольники AMC и MBN с основаниями AM и MB соответственно. Оказалось, что точки B , N и C лежат на одной прямой, а $AB = BC$. Перпендикуляр к отрезку AC , опущенный из B , пересекает отрезок CM в точке H . Докажите, что NH – биссектриса угла MNC .

8.5. Архипелаг состоит из n островов, между любыми двумя из которых ходит свой паром. Проезд на каждом пароме стоит одинаково в обе стороны, но при этом на любых двух различных паромах стоимости различны. Путешественник хочет прилететь на вертолёт на один из островов, а затем проплыть на $n - 1$ пароме таким образом, что каждый раз за проезд он будет платить меньше, чем платил до этого. То, что он может оказаться на каком-то острове несколько раз, его не смущает. Прилететь на вертолёт можно на любой остров, все стоимости проезда путешественнику известны. Докажите, что он сможет осуществить задуманное.