

**Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2020-2021 гг**

**Первый этап**

**11 класс**

*Время написания работы 4 астрономических часа*

*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**11.1.** Найти все решения уравнения  $\sqrt{4-x^2} + \sqrt{1+4x} + \sqrt{x^2+y^2-2y-3} = \sqrt{x^4-16} - y + 5$ .

**11.2.** Пусть  $a, b, c$  – длины сторон произвольного треугольника. Доказать, что  $a^2+b^2+c^2 \leq 2(ab+ac+bc)$ .

**11.3.** Пусть  $Q$  и  $P$  – основания перпендикуляров, опущенных из вершины  $B$  треугольника  $ABC$  на биссектрисы его углов  $A$  и  $C$  соответственно. Доказать, что прямая  $PQ$  параллельна стороне  $AC$ .

**11.4.** Найти все натуральные числа  $N$  такие, что  $N=p(N)+s(N)$ , где  $p(N)$ -произведение всех цифр в десятичной записи  $N$ , а  $s(N)$ - сумма всех цифр в десятичной записи  $N$ .

**11.5.** В турнире каждая из 15 команд сыграла с каждой другой ровно один раз. Докажите, что хотя бы в одной из игр встретились две команды, сыгравшие перед этим в сумме нечётное число игр.