Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2019-2020 г.г.
Второй этап **9 класс**

Каждая задача оценивается в 7 баллов

9.1. Пусть $A=\frac{1}{2}(x+\frac{1}{x})a+\frac{1}{2}(x-\frac{1}{x})b, B=\frac{1}{2}(x-\frac{1}{x})a+\frac{1}{2}(x+\frac{1}{x})b.$ Найти A^2-B^2.

9.2. Относительная скорость концов часовой и минутной стрелок некоторых правильно идущих часов в некоторый момент времени была равна 10 мм/сек. Может ли она в какой-то момент оказаться равной 12 мм/сек?

9.3. Пусть $a>b$ - стороны треугольника ABC, а h_a, h_b - высоты треугольника, проведённые к этим сторонам соответственно. Докажите, что $a+h_a \geq b+h_b$. Когда в неравенстве достигается равенство?

9.4. Некоторые из мартышек в стае пнули по разу кого-то из других мартышек той же стаи. При этом: а) Из любых двух мартышек А и Б обязательно либо А пнула Б, либо Б пнула А, но не то и другое вместе,
б) Если А пнула Б, а Б пнула В, то обязательно В пнула А.
Какое количество мартышек могло сидеть на дереве?

9.5. Вася, имея при себе менее 100 рублей, пошёл гулять по городу. Заходя в какое-либо кафе и имея при себе x рублей и y копеек, он тратит там ровно y рублей и x копеек. Какое наибольшее число кафе мог посетить Вася?