Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2019-2020 г.г.

Первый этап **9 класс**

Каждая задача оценивается в 7 баллов *Время написания 4 астрономических часа*

9.1. Найти самое маленькое натуральное число, делящееся на 7, в десятичной записи которого используются все цифры от 0 до 9 ровно по одному разу.

9.2. Можно ли окрасить все натуральные числа от 1 до 15 включительно в два цвета так, чтобы никакие два числа одного цвета в сумме не давали точный квадрат (то есть квадрат некоторого натурального числа)?

9.3. На стороне AC равностороннего треугольника ABC как на диаметре во внешнюю сторону построен полукруг, разделенный точками P и Q на три равных дуги. Докажите, что точки пересечения M и N стороны AC с отрезками BP и BQ соответственно делят AC на три одинаковых отрезка.

9.4. График функции $y=x^2+px+q$ касается прямой $y=2x+p$. Доказать, что все такие функции имеют одно и то же минимальное значение. Найти это значение (в виде числа).

9.5. В ходе футбольного турнира в один круг каждая команда сыграла с каждой ровно один матч, который либо выиграла, либо свела вничью, либо проиграла. Оказалось, что количество побед, одержанных каждой командой, в полтора раза больше, чем количество игр, сыгранных ею вничью. Могло ли число команд, участвовавших в турнире равняться 1) десяти, 2) девяти?