

Всесибирская олимпиада школьников 2019-2020 г.г. по математике
Заключительный этап
8 класс

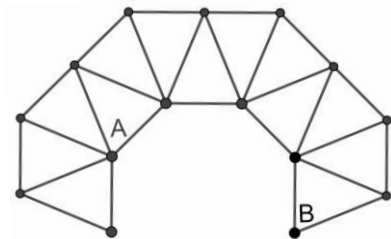
*Время выполнения задания 4 астрономических часа
Каждая задача оценивается в 7 баллов*

8.1. Паша и Саша сделали три одинаковых машинки. Саша сделал пятую часть всей работы. После этого они их продали и разделили выручку пропорционально проделанной работе. Паша заметил, что если он отдаст Саше 400 рублей, а Саша сделает ещё такую же машинку и продаст её, то денег у них будет поровну. Сколько стоит одна машинка?

8.2. У Марка 2020 камней. Он собирается их разделить на 5 кучек так, чтобы не было двух кучек с одинаковым количеством камней. При этом Марк хочет, чтобы можно было бы любую кучку убрать, а все камни из неё разложить по оставшимся четырём кучкам так, чтобы во всех них стало равное число камней. Получится ли у Марка сделать задуманное?

8.3. На доске написано число 4. За один ход Ане разрешается выбрать любой собственный делитель числа, написанного на доске, и прибавить его к этому числу, записав сумму вместо старого числа. Данную операцию разрешается проделывать неограниченное число раз. Докажите, что Аня может получить на доске любое составное число. Делитель числа n называется собственным, если он не равен 1 и n .

8.4. Из одинаковых равнобедренных треугольников, у которых угол напротив основания равен 45° , а боковая сторона равна 1, сложили фигуру, как показано на рисунке. Найдите расстояние между точками A и B .



8.5. Юра и Рома нашли 2019 натуральных чисел, идущих подряд, и возвели каждое из них в квадрат. После этого Юра забрал себе 1010 из 2019 получившихся квадратов, а Рома 1009 оставшихся. Оказалось, что сумма чисел, которые забрал Юра, равна сумме чисел, которые забрал себе Рома. Приведите пример чисел, которые могли найти Юра и Рома, и проверьте, что они подходят.