

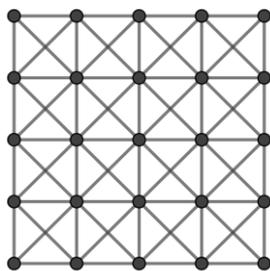
Всесибирская олимпиада школьников 2019-2020 г.г. по математике

Второй этап

7 класс

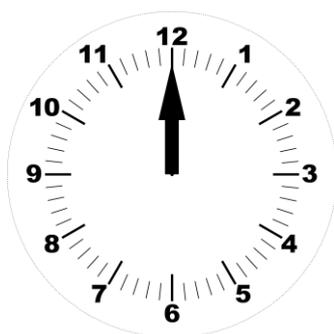
Каждая задача оценивается в 7 баллов

7.1. Катя нарисовала на листочке 25 точек так, чтобы они образовывали квадрат, и провела некоторые отрезки, которые соединяют эти точки. Теперь она хочет перекрасить 25 отрезков в голубой так, чтобы голубые отрезки образовывали замкнутую несамопересекающуюся ломаную, проходящую через все точки. Помогите Кате это сделать. Достаточно предъявить один способ.



7.2. Билет считается счастливым, если сумма первых трёх его цифр равна сумме оставшихся трёх. Вере выдали билет под номером 017264. Этот билет не является счастливым. Сколько билетов надо ещё купить Вере, чтобы получить ближайший счастливый билет? Номера билетов идут подряд: 017264, 017265, 017266 и т.д.

7.3. Полина и Вера сломали часы, и теперь на них только одна стрелка, которая показывает на 12. Так как часы больше не работают, то Полина и Вера решили играть в игру. Каждым ходом можно сдвинуть стрелку на два или на три часа вперёд. Ходы делают по очереди, Полина ходит первая. Выиграет та, кто первая поставит стрелку на 11. У кого есть выигрышная стратегия, в чём она заключается и почему работает?



7.4. Из одной точки проведите 6 лучей так, чтобы образовалось ровно 4 острых угла. Углы рассматриваются не только между соседними лучами, но образованные любыми двумя лучами.

7.5. Известно, что натуральные числа m и n , большие 10, удовлетворяют соотношению $2m = n^2 + 1$. Всегда ли можно найти такие натуральные числа a и b , что $m = a^2 + b^2$?