Всесибирская олимпиада школьников 2019-2020 г.г. по математике
Заключительный этап
7 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа
Каждая задача оценивается в 7 баллов

7.1. Паша и Саша сделали три одинаковых машинки. Саша сделал третью часть первой машинки, пятую часть второй машинки и пятнадцатую часть третьей машинки. Какую часть всей работы сделал Саша?

7.2. Юра и Рома нашли пять натуральных чисел, идущих подряд, и возвели каждое из них в квадрат. После этого Юра забрал себе три из пяти получившихся квадратов, а Рома два оставшихся. Оказалось, что сумма чисел, которые забрал Юра, равна сумме чисел, которые забрал себе Рома. Приведите пример чисел, которые могли найти Юра и Рома, и проверьте, что они подходят.

7.3. На плоскости расположены точки A, B, C, D, X. Известны некоторые длины отрезков: $AC = 2$, $AX = 5$, $AD = 11$, $CD = 9$, $CB = 10$, $DB = 1$, $XB = 7$. Найдите длину отрезка CX.

7.4. Петя и Волк играют в игру. Изначально на доске написано число 0, каждым ходом написанное число нужно увеличить на 2, 3, 8 или 9. Ходы делаются по очереди, первым ходит Петя. Выигрывает тот, после чьего хода получится число, кратное 2020. Кто может обеспечить себе победу вне зависимости от действий соперника?

7.5. В кружке занимались 50 школьников, которые иногда ходили на занятия. Оказалось, что любые два школьника встретились на каком-либо занятии ровно один раз. Кроме того, известно, что ни на одно занятие не приходили все школьники одновременно. Докажите, что есть школьник, который был хотя бы на 8 занятиях.