

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2019-2020 г.г.

Первый этап

10 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

Время написания 4 астрономических часа

10.1. Найти все тройки чисел a, b, c таких, что оба квадратных уравнения

$ax^2 + bx + c = 0$ и $\frac{x^2}{a} + \frac{x}{b} + \frac{1}{c} = 0$ имеют корни.

10.2. Женя и Вадик разделили одно и то же натуральное число с остатком на 12 и 13 соответственно. Сумма неполного частного, полученного Женей и остатка, полученного Вадиком, равна 14. Чему равен остаток, полученный Женей?

10.3. Вася, Петя и Коля пошли покупать мороженое, у каждого были только сторублёвые купюры. При этом мороженое все брали одинаковое, одна порция стоила целое число рублей, а у Пети было ровно 100 рублей. Пете денег хватило только на 2, Васе на 6, а Коле – на 11 порций. Даже если бы Вася и Коля объединили свои капиталы, то на 18 порций им всё равно бы не хватило. Сколько стоила одна порция мороженого?

10.4. В треугольнике ABC отрезки AM и CP являются биссектрисами углов A и C соответственно, причём $AP + CM = AC$. Найдите величину угла B.

10.5. Найти все натуральные n такие, что из любых n натуральных чисел, сумма которых равна 100, всегда можно выбрать 30 чисел, сумма которых равна 60.