

**Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике**  
**Заключительный этап**  
**9 класс**

**2018-2019 г.г.**

*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

- 9.1.** Найти максимальное количество последовательных трёхзначных чисел, в записи каждого из которых есть хотя бы одна нечётная цифра.
- 9.2.** Для положительных чисел  $a$  и  $b$  выполняется неравенство  $a + b > 4$ . Доказать, что тогда  $\frac{a}{b} > 3 - b$ .
- 9.3.** Последовательность чисел  $a_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$  такова, что,  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = a_n + \sqrt{a_n + a_{n+1}}$  для всех натуральных  $n$ . Найти  $a_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ .
- 9.4.** На продолжении медианы  $AM$  равнобедренного треугольника  $ABC$  с основанием  $AC$  за точку  $M$  взята точка  $P$  такая, что угол  $CBP$  равен углу  $BAF$ . Найти величину угла  $ACP$ .
- 9.5.** Вася и Петя по очереди красят в синий и красный цвета вершины правильного 100-угольника. Вася красит в синий любую не окрашенную на момент его хода вершину, у которой ни одна из двух соседних вершин не окрашена к этому моменту в синий цвет, а Петя красит в красный любую не окрашенную на момент его хода вершину. Вася ходит первым. Какое максимальное количество вершин он всегда может окрасить в синий цвет, как бы ни мешал ему Петя?