

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике
Второй этап **2018-2019 г.г.**

9 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

9.1. Какую минимальную сумму цифр в десятичной записи может иметь число $f(n) = 17n^2 - 11n + 1$, где n пробегает все натуральные числа?

9.2. Какой цифрой может заканчиваться число $f(x) = |x| + |3x| + |6x|$, где x - произвольное положительное действительное число? Здесь $|x|$ обозначает целую часть числа x , то есть наибольшее целое число, не превосходящее x .

9.3. Внутри равнобедренного треугольника ABC с равными сторонами $AB=BC$ и углом 80 градусов при вершине B , взята точка M такая, что угол MAC равен 10 градусов, а угол MCA равен 30 градусов. Найти величину угла AMB .

9.4. Докажите, что для произвольных положительных чисел a, b, c выполнено неравенство $\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ac}{a+c} \leq \frac{a+b+c}{2}$.

9.5. Последовательность различных натуральных чисел $a_n, n=1,2,3...$ такова, что $a_1=1, a_{n+1} \leq 2n$ при всех $n \geq 1$. Доказать, что для любого натурального числа m найдутся такие члены этой последовательности a_p и a_q , что $a_q - a_p = m$.