

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике

Первый этап

2018-2019 г.г.

10 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

10.1. Найти все числа a и b , для которых равенство $|ax + by| + |bx + ay| = |x| + |y|$ выполнено при всех значениях переменных x и y .

10.2. Найти все пары натуральных чисел x и y таких, что их наименьшее общее кратное равно $1 + 2x + 3y$.

10.3. Найти количество различных способов расстановки 8 ладей в клетках шахматной доски 8×8 на 8 таких, чтобы каждая клетка доски находилась под боем хотя бы одной из них. Ладьи могут бить друг друга, ладья бьёт все клетки горизонтали и вертикали, в которой она стоит, включая саму клетку, в которой стоит.

10.4. Пусть для положительных чисел a, b, c, x, y, z выполнены соотношения: $ac - b^2 > 0$ и $az - 2by + cx = 0$. Доказать, что тогда $xz - y^2 \leq 0$.

10.5. Доказать, что разность длин диагонали A_1A_4 и стороны A_1A_2 правильного десятиугольника $A_1A_2A_3 \dots A_{10}$ равна радиусу его описанной окружности. Десятиугольник называется *правильным*, если все его углы равны между собой и все его стороны равны между собой.