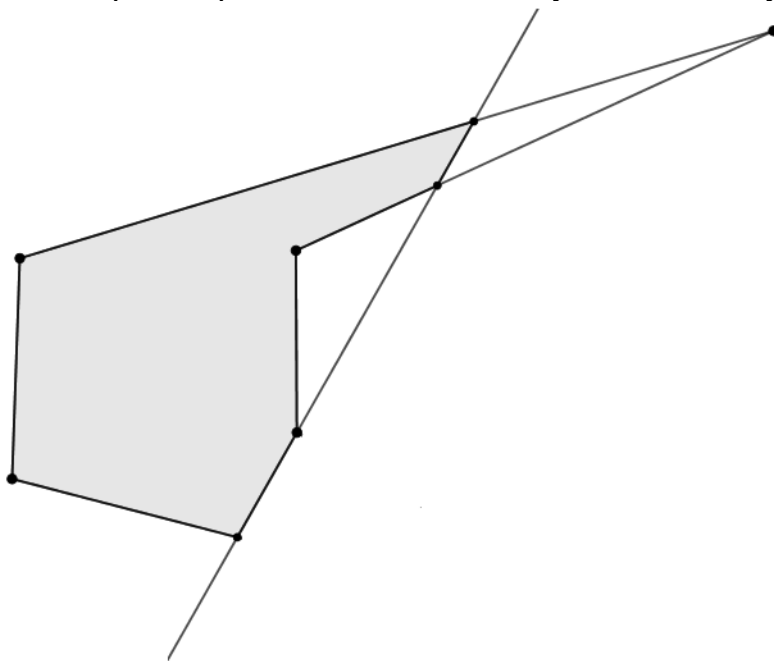


**Решения и критерии проверки задач Первого этапа
Всесибирской олимпиады школьников 2018-2019 г.г. по математике
7 класс**

Каждая задача оценивается в 7 баллов

7.1. Вася нарисовал шестиугольник, а затем выбрал две его вершины и провёл через них прямую. Эта прямая отрезала от шестиугольника семиугольник. Как такое могло быть?

Решение: На этом чертеже прямая отсекает от шестиугольника семиугольник (подкрашен)



Критерии:

Любой пример без обоснования – 7 баллов.

7.2. Скучающий Юра сложил два числа и получил третье. Затем, он изменил каждую цифру в этом примере на 1 в ту или иную сторону (например, из числа 239 он мог получить число 148, но не мог получить 140). Мог ли новый пример оказаться верным?

Ответ: нет.

Решение: Будем следить за чётностью чисел. Заметим, что все числа поменяли чётность. Таким образом, чётность суммы поменялась, с одной стороны, два раза (вместе с чётностью каждого из слагаемых), с другой стороны, один раз (сама сумма). Значит, новый пример не может быть верным.

Критерии:

Ответ – 0 баллов.

Ответ с примерами – 0 баллов.

Перебор с пропущенными случаями – не более 1 балла.

Идея чётности – 3 балла.

7.3. В школе 1000 школьников и 35 классов. Каждому школьнику на лбу написали, сколько в его классе учеников. Чему может равняться сумма чисел, обратных написанным? Перечислите все варианты и докажите, что других нет. Напомним, что к числу a обратным является число $1/a$.

Ответ: 35.

Решение: Пусть в классе a человек, тогда сумма дробей, соответствующих числам из этого класса, равна 1 (a дробей, равных $1/a$). Всего классов 35. Значит, общая сумма равна 35.

Критерии:

Ответ – 0 баллов.

Ответ с примерами – 0 баллов.

Идея разбиения на классы и подсчёт сумм отдельно для каждого класса без дальнейших продвижений – 5 баллов.

7.4. Арсений сел за компьютер между 16 и 17 часами, когда часовая и минутная стрелки были направлены в противоположные стороны, а встал из-за него в этот же день между 22 и 23 часами, когда стрелки совпали. Сколько времени Арсений сидел за компьютером?

Решение: Посмотрим, где будут находиться стрелки через 6 часов после того, как Арсений сел за компьютер. Минутная 6 раз пройдёт круг целиком и вернётся на место. Часовая пройдёт ровно половину круга. Поэтому угол между стрелками изменится на 180 градусов, т.е. стрелки совпадут. Очевидно, что между 22 и 23 часами существует ровно один момент, когда стрелки совпадают, поэтому это и будет время, когда Арсений встанет из-за компьютера. Таким образом, Арсений сидел за компьютером 6 часов.

Критерии:

Только ответ – 1 балл.

В подобном решении не отмечено, что такой момент между 22 и 23 ровно один – снимать 1 балл.

7.5. Несколько семиклассников решали задачи. Учитель не помнит, сколько было детей и кто из них сколько задач решил. Зато он помнит, что, с одной стороны, каждый решил больше, чем пятую от того, что решили остальные, а с другой стороны, каждый решил меньше, чем треть от того, что решили остальные. Сколько могло быть семиклассников? Найдите все варианты и докажите, что других нет.

Ответ: 5 семиклассников.

Решение: Пусть один семиклассник решил a задач, a все остальные $S - a$. Тогда

$$a < (S - a)/3$$

$$3a < S - a$$

$$4a < S$$

$$a < S/4.$$

Аналогично,

$$(S - a)/5 < a$$

$$S - a < 5a$$

$$S < 6a$$

$$S/6 < a.$$

Таким образом, если школьников 4 или меньше, и каждый решил меньше четверти всех задач, то значит, все вместе решили не все задачи, что невозможно. Аналогично, если школьников 6 или больше, и каждый решил больше пятой части всех задач, тогда все вместе они решили больше чем все задачи, что невозможно. Значит, всего школьников 5.

Критерии:

Ответ – 0 баллов.

Решено в предположение, что каждый решил больше пятой части всех задач и меньше четверти всех задач – 3 балла.