

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2017-2018 г.г. по математике
Второй этап **9 класс**

Каждая задача оценивается в 7 баллов

9.1. Есть два слитка разных сплавов меди и олова весом 6 и 12 кг соответственно. От каждого из них отпилили по одинаковому куску и сплавляли первый кусок с остатками второго слитка, а второй кусок — с остатками первого слитка, после чего соотношение меди и олова в двух полученных новых слитках оказалось одинаковым. Найти вес отпиленных кусков..

9.2. Вписанная окружность треугольника ABC касается его сторон AB, BC и CA в точках P, K и M соответственно, а точки T и X - середины отрезков MP и MK. Докажите, что четырехугольник ATXC — вписанный.

9.3. Найти пять различных чисел, если всевозможные суммы троек этих чисел равны 3, 4, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15 и 17. Числа не обязательно целые.

9.4. В турнире каждая из шести команд сыграла с каждой ровно по одному разу. В итоге команды набрали 12, 10, 9, 8, 7 и 6 очков соответственно. а) Сколько очков начислялось за победу в матче, если за ничью начислялось 1 очко, а за поражение — 0 очков? Ответом, естественно, должно быть натуральное число. б) Найдите количество выигранных, ничьих и проигранных у каждой команды и докажете единственность этих чисел. в) Приведите пример соответствующего турнира.

9.5. Найти все решения в целых числах уравнения: $x^3 + y^3 = 2^{30}$.