

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2017-2018 г.г. по математике

Первый этап

9 класс

05.11.2017

Каждая задача оценивается в 7 баллов

Время выполнения заданий олимпиады: 4 астрономических часа

9.1. Фирма получает яблочный и виноградный соки в одинаковых стандартных бидонах, а производит коктейль (смесь) из этих соков в одинаковых стандартных банках. В прошлом году одного бидона яблочного сока хватало на 6 банок коктейля, а одного бидона виноградного сока — на 10. В новом году пропорцию соков в коктейле (смеси) изменили и теперь стандартного бидона яблочного сока хватает на 5 банок коктейля. На сколько банок коктейля теперь хватает стандартного бидона виноградного сока?

9.2. Известно, что $\frac{a^2 b^2}{a^4 - 2b^4} = 1$. Найти все возможные значения выражения $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$.

9.3. Точка М является серединой гипотенузы ВС прямоугольного треугольника ABC, а точка Р делит катет АС в отношении АР:РС = 1:2. Докажите, что величины углов РВС и АМР равны.

9.4. Можно ли в некоторых клетках шахматной доски 8 на 8 поставить по одной фишке так, чтобы число фишек в любых двух соседних горизонталях отличалось в 3 раза, а в любых двух соседних вертикалях — в 4 раза? Хотя бы одна фишка на доске должна быть.

9.5. При каком минимальном n в любом множестве из n различных натуральных чисел, не превосходящих 100, найдутся два, сумма которых является простым числом?