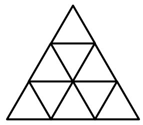
Всесибирская открытая олимпиада школьников 2017-2018 г.г. по математике

Первый этап | **8 класс** | **05**.11.2017

Каждая задача оценивается в 7 баллов *Время выполнения заданий олимпиады: 4 астрономических часа*



8.1. Правильный треугольник со стороной 3 разбит на 9 треугольников со стороной 1 так, как изображено на рисунке. Расставьте в этих треугольниках числа от 1 до 9 (каждое ровно 1 раз), чтобы сумма чисел в любом правильном треугольнике со стороной 2 была одной и той же.

8.2. Однажды утром в 9:00 из деревни Федино в деревню Нововерандово вышел пешеход Федя. Одновременно навстречу ему из Нововерандово выехала велосипедистка Вера. Известно, что до момента встречи Федя успел пройти треть пути между деревнями, однако, если бы Федя вышел на час раньше, то успел бы пройти до встречи половину пути. В какое время Федя и Вера встретились? Скорости Веры и Феди постоянны.

8.3. Дан треугольник ABC, в котором выбраны точка D на стороне BC и точка H на стороне AC. Кроме того проведена DK – биссектриса треугольника BDA. Оказалось, что углы CHD и HDK прямые. Найдите HC, если $AC = 2$.

8.4. У Всеволода есть 20 одинаковых квадратов: один белый, а остальные чёрные. Всеволод расположил белый квадрат на столе и собирается закрыть его 19-ью чёрными так, чтобы стороны всех чёрных были параллельны сторонам белого (чёрные квадраты могут пересекаться). Ярослав утверждает, что как бы Всеволод не справился с этой задачей, всегда можно будет убрать один чёрный так, что белый квадрат всё равно будет покрыт чёрными полностью. Прав ли Ярослав? Ответ обоснуйте.

8.5. В школе прошёл турнир по перетягиванию одеяла, состоявший из нескольких раундов. В каждом раунде участвовали две команды, состоящие из ненулевого количества школьников, причём, конечно, человек не мог быть в обеих командах сразу. После турнира выяснилось, что каждая возможная команда, которую можно составить из учащихся этой школы (кроме команды, состоящей из всех людей сразу), участвовала ровно в одном раунде турнира. Докажите, что в таком случае в каждом раунде соревновались в точности все школьники.