

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2017-2018 г.г. по математике

Второй этап

7 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

7.1. Егор, Никита и Иннокентий получили за три контрольные работы каждый по три оценки, причём все оценки оказались тройками, четвёрками и пятёрками. Егор сказал: “У меня за две контрольные оценки больше, чем у Никиты.” Никита ответил: “Зато у меня за две контрольные оценки лучше, чем у Иннокентия.” Иннокентий парировал: “А я две контрольные написал лучше, чем Егор”. Могли ли все мальчики сказать правду?

7.2. Антон Павлович на свой день рождения испёк хлеб и позвал в гости Владимира Алексеевича и Фёдора Алексеевича. Оказалось, что хлеб и Фёдор вместе весят столько же, сколько Антон и Владимир. После того, как хлеб съели, вес Владимира стал равен суммарному весу Антона и Фёдора. Докажите, что кусок хлеба, съеденный Владимиром, весит столько же, сколько весил Антон до своего дня рождения.

7.3. Аня выписала себе в тетрадь 100 каких-то чисел. Затем Соня выписала в свою тетрадь все попарные произведения чисел, написанных Аней. Артём заметил, что в сониной тетради оказалось ровно 2000 отрицательных чисел. Сколько нулей в свою тетрадь изначально выписала Аня?

7.4. Точку внутри выпуклого пятиугольника соединили с его вершинами, в результате чего пятиугольник оказался разбитым на пять равных между собой неравнобедренных треугольников. Докажите, что эти треугольники прямоугольные.

7.5. В комнате Насти собралось 16 человек, каждые двое из которых либо дружат, либо враждуют. Приходя в комнату, каждый из них на двери комнаты записывал количество уже пришедших друзей, а уходя – количество оставшихся в комнате врагов. Чему может равняться сумма всех записанных чисел, после того, как сначала все пришли, а затем все разошлись?