

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2017-2018 г.г. по математике
Второй этап

11 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

11.1. В каждой из четырёх волейбольных команд по шесть игроков, среди которых обязательно есть капитан и разыгрывающий, причём это разные люди. Сколькими способами из этих четырёх команд можно составить сборную из шести игроков, среди которых должны быть хотя бы по одному игроку каждой команды и обязательно пара капитан — разыгрывающий хотя бы из одной команды?

11.2. Докажите, что уравнение $(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-a)(x-c)=0$ при любых не совпадающих одновременно значениях a, b, c имеет два различных корня.

11.3. В футбольном турнире участвовали 17 команд, каждая из которых сыграла с каждой из остальных по одному разу. Могло ли у каждой команды число одержанных ею побед равняться числу матчей, сыгранных ею вничью?

11.4. В треугольнике ABC взята точка P такая, что сумма углов PBA и PCA равна сумме углов PBC и PCB. Докажите, что расстояние от вершины A до точки P не меньше расстояния от A до точки I - центра вписанной в ABC окружности, и если эти расстояния равны, то P совпадает с I.

11.5. При каком минимальном натуральном n найдутся n различных натуральных чисел s_1, s_2, \dots, s_n таких, что $(1-\frac{1}{s_1})(1-\frac{1}{s_2})\dots(1-\frac{1}{s_n})=\frac{7}{66}$?