

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2017-2018 г.г. по математике

Первый этап

11 класс

05.11.2017

Каждая задача оценивается в 7 баллов

Время выполнения заданий олимпиады: 4 астрономических часа

11.1. Два лыжника стартовали из одной точки друг за другом с интервалом 9 минут. Вторым лыжник догнал первого в 9 км от точки старта. Дойдя до отметки «27 км», второй лыжник развернулся и пошёл обратно, встретив первого на расстоянии 2 км от точки поворота. Найти скорость второго лыжника.

11.2. Могут ли биссектрисы двух соседних внешних углов треугольника (примыкающих к некоторой его стороне) пересекаться на его описанной окружности?

11.3. Три действительных числа таковы, что модуль каждого из них не меньше модуля суммы двух остальных. Докажите, что сумма всех трёх этих чисел равна нулю.

11.4. Найти все натуральные числа n , которые можно представить в виде $n = \frac{x + \frac{1}{x}}{y + \frac{1}{y}}$, для

некоторых натуральных чисел x и y .

11.5. а) Квадрат размера 1 на 1 разбит на 25 не обязательно одинаковых прямоугольников, каждый из которых имеет одинаковый периметр p . Найти минимальное и максимальное возможное значение p . б) Можно ли разбить единичный квадрат на 30 не обязательно одинаковых прямоугольников периметра 2?