

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2017-2018 г.г. по математике
Второй этап 10 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

10.1. Решить уравнение: $\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}+\sqrt{x-\sqrt{2x-1}}=\sqrt{2}$.

10.2. Найти количество всех пятизначных чисел \overline{abcde} , все цифры которых различны и $a < b < c > d > e$.

10.3. На продолжении диаметра АВ полукруга за точку В взята произвольная точка С, через которую проведена касательная к этому полукругу, касающаяся его в точке Е. Пусть биссектриса угла ВСЕ пересекает хорды АЕ и ВЕ полукруга в точках К и М соответственно. Докажите, что треугольник КЕМ равнобедренный..

10.4. В системе из трёх линейных уравнений $Ax + By + Cz = 0, Dx + Ey + Fz = 0, Gx + Hy + Iz = 0$, от трёх переменных x, y, z коэффициенты A, E, I — положительны, а остальные отрицательны, и каждый из A, E, I больше модуля суммы двух оставшихся коэффициентов того же уравнения. Докажите, что система имеет единственное решение $x = y = z = 0$.

10.5. Найти все натуральные числа n такие, что n равно сумме трёх чисел, первое из которых является максимальным делителем числа $n-1$, отличным от $n-1$, второе - максимальным делителем числа $n-2$, отличным от $n-2$, и третье - максимальным делителем числа $n-3$, отличным от $n-3$.