Всесибирская открытая олимпиада школьников 2017-2018 г.г. по математике
Заключительный этап **10 класс** **18.02.2018**

Каждая задача оценивается в 7 баллов Время выполнения заданий олимпиады: 4 астрономических часа

10.1. Найти все решения уравнения: $\sqrt{1-x}+\sqrt{2-y}=\sqrt{3x+2y-7}$.

10.2. Собственным делителем натурального числа называется любой его делитель, отличный от единицы и самого числа. Найти все натуральные числа, имеющие не меньше двух различных собственных делителей и делящиеся на разность любых двух из них.

10.3. Различные прямые a и b пересекаются в точке O. Рассмотрим всевозможные отрезки AB длины l, концы A и B которых лежат на a и b соответственно, и обозначим за P точку пересечения перпендикуляров к прямым a и b, восстановленным из A и B соответственно. Найти геометрическое место точек P.

10.4. Действительные числа a и b таковы, что $a^3+b^3=1-3ab$. Найти все значения, которые может принимать сумма $a+b$.

10.5. Найти число всевозможных расстановок фишек по одной в некоторых клетках шахматной доски 8 на 8 таких, что количество фишек, стоящих в каждой строке различно и количество фишек, стоящих в каждом столбце различно.