

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Второй этап

9 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

- 9.1.** Петя выписал на доске 10 целых чисел (не обязательно различных). Потом он посчитал их попарные произведения (то есть каждое из написанных чисел умножил на каждое другое). Среди них оказалось ровно 15 отрицательных. Сколько на доске было написано нулей?
- 9.2.** В трапеции одна боковая сторона вдвое больше другой, а сумма углов при большем основании равна 120 градусов. Найти углы трапеции.
- 9.3.** Натуральные числа a, b, c таковы, что $a^2 + b^2 + c^2$ делится на $ab + bc + ac$ и $a + b + c$ - простое число. Доказать, что $a = b = c = 1$.
- 9.4.** N различных натуральных чисел, не превосходящих 1000, записаны по кругу так, что сумма любых двух из них, стоящих через одного, делится на 3. Найти максимально возможное значение N .
- 9.5.** На шахматную доску размера 8 на 8 произвольным образом уложены 8 фигурок домино, каждая из которых занимает две соседних по стороне клетки. Разные домино не имеют общих клеток. Доказать, что на доске всегда найдётся квадрат размера 2 на 2 клетки, ни одна клетка которого не закрыта домино. Верно ли это, если на доске уложены 9 домино?