

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Второй этап

8 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

**8.1.** Лада, Лера и Лара решали задачи. Оказалось, что Лада решила настолько же больше задач, чем Лера, насколько Лера решила больше, чем Лара. Могло ли оказаться, что они решили вместе 2015 задач?

**8.2.** Число уменьшили на 1%, затем остаток (то есть полученное число) уменьшили на 2%, затем остаток на 3% и так далее, пока в конце концов остаток не уменьшили на 30%. Другое число сначала уменьшили на 30%, затем остаток на 29% и так далее, пока остаток не уменьшили на 1%. Результаты оказались равны. Какое исходное число было больше?

**8.3.** В параллелограмме провели диагонали, а затем провели биссектрисы всех углов, образованных ими, до пересечения со сторонами параллелограмма. Эти точки назвали соответственно  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Докажите, что  $ABCD$  – ромб.

**8.4.** Назовём *средним магическим* набора чисел отношение их суммы к их произведению. Изначально на доске записано несколько (больше одного) различных натуральных чисел. После того, как с неё стёрли самое маленькое из них, среднее магическое всех чисел, записанных на доске, увеличилось в три раза. Найдите, чему были равны числа на доске.

**8.5.** У Даши есть 4 монеты, одна из которых фальшивая, отличная по весу от настоящих. Разрешается брать две группы монет и спрашивать у Даши, какая из них легче. Если такая есть, то Даша указывает на неё. Если же группы оказываются равны по весу, то Даша указывает на произвольную группу. Как за 3 вопроса выяснить, легче или тяжелее фальшивая монета и найти её?