

**Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике**  
**Заключительный этап**

**7 класс**

*28 февраля 2016г. Время написания работы 4 астрономических часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**7.1.** Доказать, что если  $a + \frac{1}{a}$  – целое число, то и  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  – целое число.

**7.2.** Можно ли покрасить плоскость в 2016 цветов таким образом, что среди вершин любого треугольника найдётся хотя бы два цвета?

**7.3.** Дан треугольник  $ABC$ , сторона  $AB$  разбита на 4 равных отрезка  $AB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B$ , а сторона  $AC$  на 5 равных отрезков  $AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = C_4C$ . Во сколько раз площадь треугольника  $ABC$  больше суммы площадей треугольников  $C_1B_1C_2$ ,  $C_2B_2C_3$ ,  $C_3B_3C_4$ ,  $C_4BC$ ?

**7.4.** Маша и Миша вышли навстречу друг другу одновременно каждый из своего дома и встретились в одном километре от дома Маши. В другой раз они снова вышли каждый из своего дома навстречу друг другу одновременно, но Маша шла в 2 раза быстрее, и Миша в 2 раза медленнее, чем в прошлый раз. В этот раз они встретились в 1 километре от дома Миши. На каком расстоянии находятся дома Маши и Миши друг от друга?

**7.5.** Дано число 1836549, можно брать две соседние ненулевые цифры и менять их местами, после чего вычесть из каждой из них по 1. Какое наименьшее число может получиться после этих операций?

**Всесибирская олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике**  
**Заключительный этап**

**7 класс**

*28 февраля 2016г. Время написания работы 4 астрономических часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**7.1.** Доказать, что если  $a + \frac{1}{a}$  – целое число, то и  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  – целое число.

**7.2.** Можно ли покрасить плоскость в 2016 цветов таким образом, что среди вершин любого треугольника найдётся хотя бы два цвета?

**7.3.** Дан треугольник  $ABC$ , сторона  $AB$  разбита на 4 равных отрезка  $AB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B$ , а сторона  $AC$  на 5 равных отрезков  $AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = C_4C$ . Во сколько раз площадь треугольника  $ABC$  больше суммы площадей треугольников  $C_1B_1C_2$ ,  $C_2B_2C_3$ ,  $C_3B_3C_4$ ,  $C_4BC$ ?

**7.4.** Маша и Миша вышли навстречу друг другу одновременно каждый из своего дома и встретились в одном километре от дома Маши. В другой раз они снова вышли навстречу друг другу каждый из своего дома одновременно, но Маша шла в 2 раза быстрее, и Миша в 2 раза медленнее, чем в прошлый раз. В этот раз они встретились в 1 километре от дома Миши. На каком расстоянии находятся дома Маши и Миши друг от друга?

**7.5.** Дано число 1836549, можно брать две соседние ненулевые цифры и менять их местами, после чего вычесть из каждой из них по 1. Какое наименьшее число может получиться после этих операций?