

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Второй этап

10 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

10.1. Пусть неравенство $a \cdot \cos x + b \cdot \cos 2x \geq -1$ выполнено при всех значениях x . Докажите, что $a + b \leq 2$.

10.2. Найти число различных расстановок 8 ладей на различных белых полях шахматной доски 8 на 8 таких, что ни одна ладья не бьёт другую. Шахматная ладья бьёт все клетки горизонтали и вертикали, на пересечении которых стоит.

10.3. На доске написаны десять чисел (среди которых могут быть равные) таких, что среднее арифметическое любых трёх из этих чисел тоже написано на доске. Доказать, что все эти числа равны между собой.

10.4. Две окружности внешним образом касаются друг друга в точке Р. Прямая касается первой из них в точке А и пересекает вторую в точках В и С (В между А и С). Доказать, что АР является биссектрисой угла, смежного с углом ВРС.

10.5. Можно ли найти четыре различных натуральных числа таких, что каждое из них делится на разность любых двух из трёх оставшихся чисел?