

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Второй этап

10 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

**10.1.** Пусть неравенство  $a \cdot \cos x + b \cdot \cos 2x \geq -1$  выполнено при всех значениях  $x$ . Докажите, что  $a + b \leq 2$ .

**10.2.** Найти число различных расстановок 8 ладей на различных белых полях шахматной доски 8 на 8 таких, что ни одна ладья не бьёт другую. Шахматная ладья бьёт все клетки горизонтали и вертикали, на пересечении которых стоит.

**10.3.** На доске написаны десять чисел (среди которых могут быть равные) таких, что среднее арифметическое любых трёх из этих чисел тоже написано на доске. Доказать, что все эти числа равны между собой.

**10.4.** Две окружности внешним образом касаются друг друга в точке Р. Прямая касается первой из них в точке А и пересекает вторую в точках В и С (В между А и С). Доказать, что АР является биссектрисой угла, смежного с углом ВРС.

**10.5.** Можно ли найти четыре различных натуральных числа таких, что каждое из них делится на разность любых двух из трёх оставшихся чисел?