

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Первый этап

10 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов

10.1. Из города в деревню вышел Викентий, а навстречу ему из деревни в город одновременно вышел Афанасий. Найти расстояние между деревней и городом, если известно, что расстояние между ними равнялось 2 км дважды: сначала, когда Викентий прошёл половину пути до деревни, и потом, когда Афанасий прошёл треть до города.

10.2. Можно ли представить число 199...99 (одна единица и 10 девяток) в виде суммы двух натуральных чисел, суммы цифр которых одинаковы?

10.3. Через точки касания вписанной окружности со сторонами треугольника провели прямые, соответственно параллельные биссектрисам противоположных углов. Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.

10.4. Можно ли расставить в вершинах куба различные целые числа так, чтобы число в каждой вершине равнялось сумме трёх чисел на концах рёбер, выходящих из этой вершины?

10.5. Натуральные числа a, b, c, d таковы, что $a + c = 1000, b + d = 500$. Найти максимальное значение суммы $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$.

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Первый этап

10 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов

10.1. Из города в деревню вышел Викентий, а навстречу ему из деревни в город одновременно вышел Афанасий. Найти расстояние между деревней и городом, если известно, что расстояние между ними равнялось 2 км дважды: сначала, когда Викентий прошёл половину пути до деревни, и потом, когда Афанасий прошёл треть до города.

10.2. Можно ли представить число 199...99 (одна единица и 10 девяток) в виде суммы двух натуральных чисел, суммы цифр которых одинаковы?

10.3. Через точки касания вписанной окружности со сторонами треугольника провели прямые, соответственно параллельные биссектрисам противоположных углов. Докажите, что эти прямые пересекаются в одной точке.

10.4. Можно ли расставить в вершинах куба различные целые числа так, чтобы число в каждой вершине равнялось сумме трёх чисел на концах рёбер, выходящих из этой вершины?

10.5. Натуральные числа a, b, c, d таковы, что $a + c = 1000, b + d = 500$. Найти максимальное значение суммы $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$.