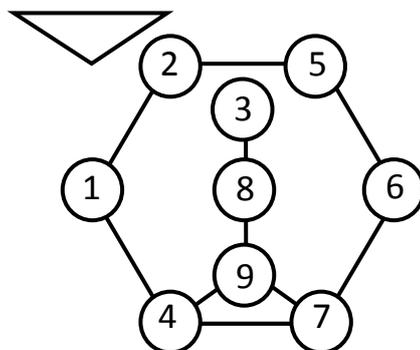
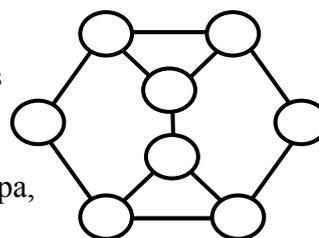


8 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

8.1. Расставить в кружки на картинке числа от 1 до 9 (без повторений), чтобы соседние числа не имели бы общих делителей, отличных от единицы.

Решение: (на рисунке сдвинулся треугольник – это ребра, соединяющие 3-5 и 2-3)



Критерий: любая верная расстановка без пояснения – 7 баллов.

8.2. В семье 4 человека. Если Маше удвоят стипендию, общий доход всей семьи возрастет на 5%, если вместо этого маме удвоят зарплату – на 15%, если же зарплату удвоят папе – на 25%. На сколько процентов возрастет доход всей семьи, если дедушке удвоят пенсию?

Ответ: на 55%.

Решение: При удвоении стипендии Маши общий доход семьи увеличивается ровно на величину этой стипендии, поэтому она составляет 5% от дохода. Аналогично, зарплату мамы и папы составляют 15% и 25%. Значит, пенсия дедушки составляет $100 - 5 - 15 - 25 = 55\%$, и если её удвоят, то доход семьи вырастет на 55%.

Критерий: Только ответ, ответ с проверкой – 0 баллов.

8.3. Найдите периметр параллелограмма, если биссектриса одного из его углов делит сторону параллелограмма на отрезки 7 и 14.

Ответ: 56 или 70.

Решение: Пусть биссектриса угла при вершине A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке M , причём $BM = 7$ и $CM = 14$. Тогда $\angle BMA = \angle MAD = \angle AMB$, поэтому

треугольник ABM – равнобедренный. Следовательно, $AB = BM = 7$, $CD = AB = 7$, $AD = BC = 7 + 14$. Периметр равен 56.

Аналогично для случая $BM = 14$. Периметр равен 70.

Критерий: потерян один случай – решение оценивается из 3 баллов. Ответ, ответ с проверкой – оценивается из 3 баллов.

8.4. Квадрат разбили на 100 прямоугольников девятью вертикальными и девятью горизонтальными прямыми (параллельными его сторонам). Среди этих прямоугольников оказалось ровно 9 квадратов. Докажите, что среди них есть хотя бы два одинаковых.

Решение: Предположим, что все квадраты разного размера. Тогда никакие два не стоят в одной строке или столбце, так как сторона квадрата равна ширине столбца и высоте строки, в которых он стоит. Суммарная ширина девяти столбцов, в которых есть квадраты, равна сумме длин сторон квадратов, с одной стороны. С другой стороны, сумма длин сторон квадратов равна суммарной высоте девяти строк, в которых есть квадраты. Но тогда и ширина десятого столбца равна высоте десятой строки (т.к. изначально разбивали квадрат), следовательно, на их пересечении тоже стоит квадрат, а значит, их минимум 10, что противоречит условию.

Критерий: доказано, что все квадраты в разных строках и столбцах - 3 балла.

8.5. Есть 100 коробок, пронумерованных числами от 1 до 100. В одной коробке лежит приз, и ведущий знает, где он находится. Зритель может послать ведущему пачку записок с вопросами, требующими ответа "да" или "нет". Ведущий перемешивает записки в пачке и, не оглашая вслух вопросов, честно отвечает на все. Какое наименьшее количество записок нужно послать, чтобы наверняка узнать, где находится приз?

Ответ: 99.

Решение: Чтобы можно было однозначно определить, в какой из 100 коробок лежит приз, требуется возможность получить хотя бы 100 различных ответов на один набор вопросов. Так как ответы ведущего для различных положений приза могут отличаться только числом "да" среди них, то требуется возможность получить в ответ хотя бы 100 различных количеств "да". Значит, требуется хотя бы 99 вопросов (от 0 до 99 "да").

Пример на 99 вопросов. Пусть k -ый вопрос: «Номер коробки, в которой лежит приз, меньше либо равен k ?». Тогда если ответов "да" ноль, то приз в сотой коробке, если один, то в 99-й и т.д.

Критерий: Только оценка – 3 балла, только пример – 3 балла. Только ответ – 0 баллов.