

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2014-15 гг.

Второй этап

15 декабря 2014 г. - 25 января 2015 г.

9 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

- 9.1.** Электронные часы на здании вокзала показывают часы и минуты текущего момента времени в формате ЧЧ:ММ от 00:00 до 23:59. Сколько времени в течение одних суток на часах будут гореть четыре различных цифры?
- 9.2.** Найти в произвольном треугольнике ABC точку M такую, что если построить на отрезках MA , MB и MC , как на диаметрах, окружности, то длины их попарно общих хорд будут равны.
- 9.3.** В выпуклом четырёхугольнике точки P, Q, R, S являются серединами сторон AB, BC, CD, DA соответственно, а K, L, M, N - точки пересечения отрезков AQ и DP , AQ и BR , CS и BR , CS и DP соответственно. Докажите, что площадь четырёхугольника $KLMN$ равна сумме площадей треугольников AKP , BLQ , CMR и DNS .
- 9.4.** Сумма всех восьми чисел a_1, a_2, \dots, a_8 равна $\frac{4}{3}$, а сумма любых семи из них положительна. Найти все значения, которые может принимать наименьшее из этих чисел.
- 9.5.** Найти все натуральные n такие, что из палочек длин $1, 2, \dots, n$ (все числа от 1 до n по одному разу) можно сложить равносторонний треугольник. При этом должны быть использованы все палочки.