

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2014-15 гг.

Второй этап

15 декабря 2014 г. - 25 января 2015 г.

11 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

- 11.1.** Найти все решения в натуральных числах уравнения: $x!+9 = y^3$.
- 11.2.** Найти количество различных способов расстановки всех натуральных чисел от 1 до 9 включительно по одному в клетки таблицы размера 3 на 3 таких, что суммы чисел в каждой строке и каждом столбце равны. Таблицу нельзя поворачивать или отражать.
- 11.3.** Рассмотрим все графики квадратичных функций вида $y = x^2 + px + q$, пересекающие оси координат в трех различных точках. Докажите, что все окружности, описанные вокруг треугольников с вершинами в этих точках, проходят через одну общую точку.
- 11.4.** Длины сторон пятиугольника $ABCDE$ равны 1. Пусть точки P, Q, R, S являются серединами сторон AB, BC, CD, DE соответственно, а точки K и L являются серединами отрезков PR и QS соответственно. Найти длину отрезка KL .
- 11.5.** Докажите, что для произвольных вещественных чисел a, b, c, d, e выполняется неравенство $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e)$.