

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2014-15 гг.

Первый этап

9 ноября 2014г

11 класс

Время выполнения работы 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

11.1. Прямая пересекает график функции $y = x^2$ в точках с абсциссами x_1 и x_2 , а ось абсцисс – в точке с абсциссой x_3 . Докажите, что $\frac{1}{x_3} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

11.2. Биссектриса разбивает треугольник на два треугольника, радиусы вписанных окружностей которых равны. Доказать, что исходный треугольник - равнобедренный.

11.3. Найти все трёхзначные натуральные числа A , квадрат которых оканчивается на A .

11.4. В полукруге радиуса 18 см на одной из половинок диаметра построен полукруг радиуса 9 см, и вписан круг, касающийся большого полукруга изнутри, маленького полукруга снаружи и второй половинки диаметра. Найти радиус этого круга.

11.5. Сколькими способами можно заполнить таблицу размера $n \times n$ клеток нулями и единицами так, чтобы в каждой строке и каждом столбце содержалось чётное число единиц? Каждая клетка таблицы должна содержать ноль либо единицу.